Reknelære

Nynorsk
Tom André Tveit
Verda

Reknelære

Tom André Tveit

Reknelære

1. utgåve
Nynorsk

Verda

Tittel: Reknelære
Forfattar: Tom André Tveit
Redaktør: Tom André Tveit
Forlag: Verda
Stad: Bergen
Utgitt: 2016
Språk: Nynorsk
Utgåve: 1. utgåve
Filformat: .doc
Storleik: 210 mm · 297 mm (A4)
Sider: 33
ISBN: 978-82-8329-056-1

Kontaktopplysningar:
Tom André Tveit (Verda)
Postboks 2636
5827 Bergen
post@verda.no
http://www.verda.no

Gratis otliste (teikn- og ordliste):
På internettsida http://www.verda.no er det mogleg å laste ned ei gratis otliste (teikn- og ordliste) som ebok. Den inneheld alle dei ot (teikn og ord) som er nye i bøkene gitt ut på forlaget Verda – og vil derfor kunne vere til hjelp for dei som i lesing av ei eller fleire av desse bøkene skulle møte nokre ot som dei ikkje er kjend med.

Fagspørsmål:
På internett er det mogleg å få svar på fagspørsmål. Sjå http://www.verda.no/fagsporsmal for meir om pris, og om korleis ein går fram for å stille fagspørsmål, med meir.

Innspel:
Dersom det blir funnet nokre feil, anten skrivefeil eller andre feil, eller noko som kan vidareutvikla eller på anna måte forbetra lærebøkene, kan innspel sendast til følgande epostadressa: innspel@verda.no

Føreord

Denne læreboka inneheld framgangsmåtar for gjerningane; tilleggjing, fråtrekkjing, gonging og deling, for talordenane opphavstal, mengdetal og stikktal frå mengdelæra. Då stikktal er den vanlegaste talordenen som vi brukar, gir derfor denne reknelæra eit nærmast fullstendig grunnlag for all rekning med dei nemnde gjerningane. Dei vanlege framgangsmåtar ein lærer i skuleverket for desse gjerningane er med - i tillegg er der utvikla eigne framgangsmåtar ut frå læreboka 'Mengdelære', som utelukkande kan utførast i diem. I utviklinga av dataforskrifta 'Diem', viste det seg at det var heilt naudsynt å kunne desse framgangsmåtane, samt viser dei seg å gi eit svært godt grunnlag for å kunne betre forstå og forklare dei vanlege framgangsmåtane - dei vanlege er forenklingar. Læreboka viser også korleis vi kan frigjere oss frå gongetabellar; ved rekning med opphavstal som grunnlag for å rekne mengdetala i alle framgangsmåtane er løysinga.

Reknelæra byggjer på læreboka 'Mengdelære', og derfor kan den tilrådast særskilt dei som ikkje er kjent med talordenane opphavstal, mengdetal og stikktal.

Når det gjeld reknespråket i denne mengdelæra, er det óg nytt. Heile formålet med dette reknespråket er å kunne skrive rekning på éi linje – då dette er noko som er svært nyttig blant anna på datamaskin. Derfor vil reglane og døma som brukar reknespråket vere litt ukjent i byrjinga – men, likevel skal eg unngå nærmare forklaring på dette, då skilnadane frå det reknespråk vi vanlegvis kjenner frå skulverket blant anna i Noreg den dag idag, ikkje er store. For dei som skulle ynskja ei nærmare forklaring, vil dei finne svar i diemlæra – diemlære er enkelt sagt ei lære for skrivereglane for dette nye reknespråket. Ein ting som nokre sikkert kjem til å merke seg, er at mange reglar blir svært lange, på grunn av at alt blir skrive på éi linje. Dei som skulle finne nytte for det, kan omsetje reglar til det reknespråk dei er mest vane med sjølve.

Reknelæra kunne vore meir omstendeleg, hatt eit større innhald, då utkastet til 1. utgåva har dette - men arbeidet med denne 1. utgåva har vore noko framskynda slik at ho kan virka som ikkje berre ei lærebok i reknelære, men og som ei kjelde til og rettleiing i framgangsmåtane for gjerningane for dei som brukar dataforskrifta 'Diem'. Likevel er reknelæra slik ho no er ei sjølvstendig lærebok med eit avgrensa emne og med si eiga heile - som nokre kanskje til og med vil synast er eit gode, då ho inneheld ei kort og grundig lære om korleis rekne gjerningane nemnt.

Det er ikkje lagt ved øvingsoppgåver i denne reknelæra - årsaka er i hovedssak at det idag er blitt vanleg å bruke dataforskrifter til det å lære seg å rekne, slik at lesaren blir oppfordra til å sjølv lage oppgåver som dei kan bruke datamaskin til å sjå til at utfall som ein sjølv reknar ut er rette. Ein annan årsak er at framgangsmåtane er skrivne so nøysomt at det ventast at det ikkje skal bli vanskeleg å ved hjelp av dei og døma setje igang å sjølv rekne eigenlaga oppgåver. Dataforskrifta 'Diem' tilrådast på det sterkaste for å gjere det å lære seg å rekne enklare - den kan brukast til både å gåge utfall til oppgåver ved rekning, samt å sjå dei heilskaplege framgangsmåtane for rekninga. På forlagets nettsider er det mogleg å lese meir om innhaldet i dataforskrifta 'Diem'.

Læreboka kan brukast av både lærarar og elevar i grunnskulen, både ved barne- og ungdomsskule, for å nå måla i læreplanen for gjerningane; tilleggjing, fråtrekkjing, gonging og deling. I tillegg kan læreboka brukast i heile skuleverket, og ellers i livet, som ei kjelde til og rettleiing i rekning både for ung som vaksen.

Forfattaren ynskjer at lesarane lærer noko nytt, og ellers trivast med lesinga av denne boka.

Innhald

1 Rekning	1
2 Dei 6 rekneartane	4
2.1 Tilleggjing	4
2.1.1 Tilleggjing ved opphavstall	5
2.1.2 Tilleggjing ved mengdetall	6
2.1.3 Tilleggjing ved stikktall	6
2.2 Fråtrekkjing	10
2.2.1 Fråtrekkjing ved opphavstall	11
2.2.2 Fråtrekkjing ved mengdetall	12
2.2.3 Fråtrekkjing ved stikktall	12
2.3 Gonging	18
2.3.1 Gonging ved opphavstall	19
2.3.2 Gonging ved mengdetall	20
2.3.3 Gonging ved stikktall	20
2.4 Deling	23
2.4.1 Deling ved opphavstall	24
2.4.2 Deling ved mengdetall	25
2.4.3 Deling ved stikktall	26
Teiknliste	30
Ordliste	31
Regelsamling	33

1 Rekning

Rekning er å gjera noko med to eller fleire innfallige mengder, med mål om å få éi eller fleire mengder som utfall. Rekning er hovudsakeleg å finne utfallet når vi har brukt ein av dei følgjande gjerningar på to mengder; tilleggjing, fråtrekkjing, gonging, deling, opphøgjing og nedhøgjing. Som vi lærer i mengdelæra er tal ord og teikn som vi brukar for ulike mengder - og tal er noko av det viktigaste vi har når vi skal rekna.

Det er mange måtar å rekne på - dei vanlegaste er om skriving på papir blant anna ved hjelp av diem, og kalkulator. Andre måtar å rekne på er til dømes å leggje ei mengde til ei anna mengde og telje mengda, som tilsvarande kan seiiast å vere å leggje eit kest til eit anna kest og telje mengda - då brukar vi teljing til å finne svaret, noko som er sjeldan idag når vi oftast bruker ulike reglar som frigjer oss frå å telje, samt bruk av kalkulator som tel for oss.

Rekning er eit viktig verktøy som kan brukast til svært mykje - halde tilsyn med inntekter og kostnader, finne ut kor stor ei flate eller kor stort eit rom er, tilpassa ei oppskrift til ei mengde gjestar, ved hjelp av ulike reglar lære seg meir om korleis verda varer og virkar. Her kunne vi nemnt mykje - i denne reknelæra skal vi som allereie nemnt læra korleis vi reknar med dei seks gjerningane; tilleggjing, fråtrekkjing, gonging, deling, opphøgjing og nedhøgjing for kvar av dei ulike talordenar vi kjenner frå mengdelæra.

Gjerningane
Til rekning brukar vi nokre utvalde gjerningar. I ei seinare utgåve av reknelæra vil ei heilskapleg liste kunne bli lagt ved - mellombels følgjer det med ei lista over dei viktigaste gjerningar som er dei 6 ulike rekneartane (sjå tabell 1):

Gjerning som teikn	Gjerning som ord
+	Tilleggjing
-	Fråtrekkjing
·	Gonging
:	Deling
/	Opphøgjing
\	Nedhøgjing

Tabell 1

I diem brukar vi vanlegvis teiknet til ei gjerning – sjeldan skriv vi ordet. Dei gjerningane her nemnt skriv vi i diem slik:

1 + 1 = x
1 - 1 = x
1 · 1 = x
1 : 1 = x
1 / 1 = x
1 \ 1 = x

Lesing av gjerningar
Vi les alltid gjerningar i diem som utførte gjerningar, der vi valfritt kan leggje til ‘med’.
Døme:

a + b = c

Lesast; ‘a tillagt b er lik c’, som valfritt kan lesast; ‘a tillagt med b er lik c’.

Rekning og opphavstal
Det bør nemnast at opphavstal er den viktigaste talordenen når det gjeld reglane for rekning. Reglane for dei ulike gjerningane vi bruker til rekning kan skrivast på mange ulike måtar, men det er opphavstal som gir oss den grunnleggjande måten og regel som har mest til felles ved alle måtar. Ellers skal vi i denne reknelæra læra reglar for dei ulike gjerningane vi brukar til rekning i følgjande talorden; opphavstal, mengdetal og stikktal. Alle desse talordenar har talmengde som grunnlag - og derfor kan vi trygt sei at dei mengder vi reknar med i denne reknelæra er alle saman ulike talmengder. Sjå mengdelæra for meir om opphavstal, dei ulike talordenar her nemnt og talmengde.

Rekning og diem
I diem er rekning i hovudsak det å forkorte diemet ved å gjere to og to kest om til eitt. Som forklaringa til omgrepet rekning tilseier, er nettopp det å gjere to kest om til eitt, det å gjera noko med kesta sine to mengder, med mål om å finne eit utfall som blir mengda i det kestet vi står att med.

Om skrivemåten ved rekning i diem: Når vi skal rekne ut to kest skriv vi utrekninga som følgjer:

1. Vi set deldiemet som skal reknast i for seg sjølv.
2. Om naudsynt set vi dei to tala eller dei to kesta vi skal rekne ut for seg sjølv utanfor deldiemet, og finn utfallet.
3. Skriv likheitsteikn bakom deldiemet, og skriv deldiemet på nytt med utfallet i staden for dei to tala eller dei to kesta.

Denne framgangsmåten kan vi både bruke når diemet har éi eller fleire samanlikningar.

Døme på skrivemåte ved éi samanlikning:

12 + 3 + 2 = x

Vi skal rekne ut 12 + 3 og set deldiemet før likheitsteiknet for seg sjølv:

12 + 3 + 2 =

Vi set 12 + 3 for seg sjølv for å finne utfallet ved hjelp av ein framgangsmåte for tilleggjing ved stikktal:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{+\ \ 3} \\ \underline{=15} \end{array}$$

Vi set utfallet 15 inn i deldiemet bakom likheitsteiknet:

12 + 3 + 2 = 15 + 2

Til slutt set vi deldiemet inn i diemet:

15 + 2 = x

Dette dømet gjeld tilsvarande for eit diem med fleire samanlikningar, der vi set eitt av deldiema med samanlikning i ein eller begge av endane for seg sjølv, og utfører samme skrivemåte. Det kan nemnast at det vanlegaste når vi fyrst set eit deldiem slik for seg sjølv, er at vi reknar ut heile deldiemet før vi set det tilbake inn i diemet - då reknar vi ut to og to kest inntil vi står att med kun eitt kest. For meir om diem, og reglar for bruk av diem sjå diemlæra.

2 Dei 6 rekneartane

I dei følgjande delkapittel skal vi sjå på heilskaplege framgangsmåtar for å rekne; tilleggjing, fråtrekkjing, gonging og deling, med dei ulike talordenane; opphavstal, mengdetal og stikktal.

2.1 Tilleggjing

Det å tilleggje er det å leggje noko til noko anna. Tilleggjing er derfor det å tilleggje som ei eining. Det å tilleggje er det motsette av det å fråtrekkje. I denne reknelæra skal vi sjå på kva det å tilleggje er for mengder - det å rekne ved tilleggjing. Tilleggjing kan vi óg omtale som auking.

Regel for tilleggjing
$a+b=c$, der c er utfallig.

Tilleggjar
Vi kallar b i regelen for tilleggjing for tilleggjar. Det er tilleggjaren som tillegg a noko.

Tilleggjing ved mottal
Dersom eitt av dei to tala som skal tilleggjast er mottalig, må vi av og til endre på dei før vi reknar ut utfallet. Til dømes dersom tala er $a + -b$, der b er eit mottal, endrar vi dei til $a-b$, som gir oss ei fråtrekkjing i staden for tilleggjing. Vi ser i lista under dei ulike endringar vi kan utføra på dei to tala alt etter om dei er medtalige eller mottalige:

Tilfelle	Vilkår	=
$a+b$		$a+b$
$a+-b$	$a\geq b$	$(a-b)$
$a+-b$	$a<b$	$-(b-a)$
$-a+b$	$a\geq b$	$-(a-b)$
$-a+b$	$a<b$	$(b-a)$
$-a+-b$		$-(a+b)$

Tabell 1

Vi ser av lista at det kun er to av dei sju ulike tilfeller vi reknar ut som ei tilleggjing - dei øvrige fem reknast ut ved hjelp av fråtrekkjing. Dette er svært viktig - forutan vi held tilsyn med desse ulike tilfella vil vi kunne møta på umogleg rekning; dersom vi til dømes brukar tilfelle 5 i lista, og skal fyrst skrive det mottalige talet a, og deretter leggja til det medtallige talet b - so vil vi ikkje få det til, fordi vi då måtte undervegs i tilleggjinga trekkje a frå b. Det vi heller skal gjera som vi ser av lista, er å endre $-a + b$ om til ei fråtrekkjing. I fire av dei seks tilfella, skiljer vi mellom $a \geq b$ og $a < b$ fordi vi då får tilsyn med dei tilfelle som etter rekning blir mottalige; til dømes som $a + -b$ når $a < b$, får eit utfall som er mottallig. Døme:

$$2 + -3 = c$$

som gir

$$-(3 - 2) = c$$

Vi ser at vi skal utføre ei fråtrekkjing, og vi ser óg at utfallet blir mottalig då $2 < 3$.

Tilleggjing ved null
Er eitt eller begge tala i tilleggjinga lik 0, kan vi ved hjelp av den følgjande lista finne svaret forutan rekning:

Tilfelle	Vilkår	Same som:	=
0+b ∨ -0+b	b>0		b
0+-b ∨ -0+-b	b>0	0-b ∨ -0-b	-b
a+0 ∨ a+-0	a>0	a+0 ∨ a-0	a
-a+0 ∨ -a+-0	a>0	-a+0 ∨ -a-0	-a
0+0 ∨ 0+-0		0+0 ∨ 0-0	0
-0+-0 ∨ -0+0		-(0-0) ∨ -(0+0)	-0 ∨ 0*

Tabell 2
*Det er valfritt om vi skriv -0 eller 0.

Ved hjelp av å bruke oversikta over dei ulike tilfellene ved mottal, og ved null, som eit tillegg til regelen for tilleggjing, kan vi forberede oss til rekninga - av og til utføre ei fråtrekkjing i staden for tilleggjing, og av og til unngå rekning dersom vi ser at utfallet er gitt av eit av tilfella ved null. Vi går fram ved å fyrst endre diemet ut frå tilfella ved mottal, og deretter ut frå tilfella ved null. Døme:

-a+-0

som gir

-a-0

som gir

-a

2.1.1 Tilleggjing ved opphavstal
Framgangsmåte:
1. Skriv opphavstala i eit diem med tilleggjingsteikn seg imellom.
2. Fjern tilleggjingsteiknet imellom dei to opphavstala i regelen for tilleggjing.
3. Skriv utfallet etter likheitsteiknet.

Døme på tilleggjing ved opphavstal:

IIIIII + IIII = IIIIIIIIII

Her kan det nemnast at når vi skriv opphavstal med rekneteikn, veit vi av mengdelæra at kvart enkelttal i opphavstal skrivast med tilleggjingsteikn seg imellom - og derfor når vi leggjer to opphavstal til kvarandre ligg framleis tilleggjingsteiknet mellom to enkelttal i opphavstalet.

2.1.2 Tilleggjing ved mengdetal

Framgangsmåte:

1. Skriv dei to mengdetala i eit diem med tilleggjingsteikn seg imellom.
2. Overset dei to mengdetala til opphavstal.
3. Legg saman opphavstala.
4. Overset utfallet tilbake til mengdetal.
5. Skriv mengdetalet som utfall i diemet.

Vi brukar den følgjande lista over opphavstal og mengdetal for å oversetje imellom dei:

Opphavstal	Mengdetal
IIIIIIIIIIIIIIIIII	T
IIIIIIIIIIIIIIIII	H
IIIIIIIIIIIIIIII	G
IIIIIIIIIIIIIII	F
IIIIIIIIIIIIII	E
IIIIIIIIIIIII	D
IIIIIIIIIIII	C
IIIIIIIIIII	B
IIIIIIIIII	A
IIIIIIIII	9
IIIIIIII	8
IIIIIII	7
IIIIII	6
IIIII	5
IIII	4
III	3
II	2
I	1
0	0

Tabell 3

Døme på tilleggjing ved mengdetal:

6 + 4 = IIIIII + IIII = IIIIIIIIII = A

Snarveg ved tilleggjing av mengdetal

Når mengdene til mengdetala er blitt kjent for dei som skal rekna, vil det å unngå oversetjinga til opphavstal ofte vere mogleg.

2.1.3 Tilleggjing ved stikktal

Når vi skal leggje saman to stikktal må vi ta hensyn til om dei er vekslebare eller ikkje. Vi har derfor fire ulike måtar å leggje saman stikktal på, éin måte for uvekslebar talmengde og tre måtar for vekslebar talmengde. Vi skal i det følgjande sjå korleis vi legg saman to stikktal i dei fire ulike måtane.

Tillegging ved stikktall med uvekslebar tallmengde
Å legge sammen to stikktall med uvekslebar tallmengde, er tilsvarande som å legge sammen mengdetall i hver art for seg. Vi begynner med størstearten, og fortsetter med minkende art inntil minstearten. Døme:

$1234 + 473 = 16A7$

Tillegging ved stikktall med vekslebar tallmengde
Det er tre måtar vi reknar på tilleggjing ved stikktal med vekslebar talmengde - i den fyrste reknar vi kun i diem og brukar artane sine opphøgde grunntal, i den andre reknar vi kun i diemet, ved å føre eit eittal over dei enkelttal som skal auke med 1, og i den tredje delar vi opp diemet ved å setje kvart av tala oppå kvarandre med tilleggjingsteiknet ved det mellomste talet og likheitsteiknet ved det nederste - ein tabell med tre rekkjer og éi søyle. Det er måte 1 som er den viktigaste å kunne, då vi kun treng å bruke diem, samt at vi dette er den mest heilskaplege framgangsmåten for tilleggjing ved stikktal.

Måte 1 - diem med opphøgde grunntal:
Framgangsmåte:
1. Skriv stikktallene i et diem med tilleggingstegn seg imellom.
2. Gang hvert enkelttall med sitt opphøyde grunntall.
3. Legg saman dei mengdetal med same mengdetal som opphøgjar til grunntala.
4. Dei mengdetal som då blir større eller lik valgt grunntal set vi lik grunntalet tillagt mengdetalet fråtrekt grunntalet. Dette reknar vi ut fråtrekkjinga og får to mengdetal som kvar gongast med det opphøgde grunntalet. Og vi ser då at vi får to ulike artar som utfall - ein større art med eit mengdetal lik 1 større når grunntalet gongast inn saman med det opphøgde grunntalet. Særtilfelle: Dersom mengdetalet er lik grunntalet, kan grunntalet opphøgjast med eit mengdetal lik 1, og der vi kan gå vidare til stikk 5 for å leggje saman opphøgjarane i dei to opphøgde grunntala vi då får.
5. Legg saman dei mengdetal med same mengdetal som opphøgd til grunntala dersom stikk 4 har vore gjort. Dersom eitt eller fleire mengdetal blir større eller lik valt grunntal må vi gå tilbake til stikk 4 ein gong til.
6. Vi set alle tilleggjingsdelar i ei slik følgjeorden at dei opphøgde mengdetala er minkande frå venstre til høgre.
7. Vi fjernar dei opphøgde mengdetala og tilleggjingsteikna imellom mengdetala, og står att med utfallet som vekslebart stikktal.

Døme på tilleggjing ved måte 1 for stikktal:
$1234+473=$
$(1\cdot(A/3))+(2\cdot(A/2))+(3\cdot(A/1))+(4\cdot(A/0))+(4\cdot(A/2))+(7\cdot(A/1))+(3\cdot(A/0))=$
$(1\cdot(A/3))+(3\cdot(A/1))+(4\cdot(A/0))+(7\cdot(A/1))+(3\cdot(A/0))+((2+4)\cdot(A/2))=$
$(1\cdot(A/3))+(3\cdot(A/1))+(4\cdot(A/0))+(7\cdot(A/1))+(3\cdot(A/0))+(6\cdot(A/2))=$
$(1\cdot(A/3))+(4\cdot(A/0))+(3\cdot(A/0))+(6\cdot(A/2))+((3+7)\cdot(A/1))=$
$(1\cdot(A/3))+(4\cdot(A/0))+(3\cdot(A/0))+(6\cdot(A/2))+(A\cdot(A/1))=$
$(1\cdot(A/3))+(6\cdot(A/2))+(A\cdot(A/1))+((4+3)\cdot(A/0))=$
$(1\cdot(A/3))+(6\cdot(A/2))+(A\cdot(A/1))+(7\cdot(A/0))=$
$(1\cdot(A/3))+(6\cdot(A/2))+(7\cdot(A/0))+((A+(A-A))\cdot(A/1)))=$
$(1\cdot(A/3))+(6\cdot(A/2))+(7\cdot(A/0))+((A+0)\cdot(A/1)))=$
$(1\cdot(A/3))+(6\cdot(A/2))+(7\cdot(A/0))+(A\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))=$
$(1\cdot(A/3))+(6\cdot(A/2))+(7\cdot(A/0))+((A/1)\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))=$
$(1\cdot(A/3))+(6\cdot(A/2))+(7\cdot(A/0))+(A/(1+1))+(0\cdot(A/1))=$

(1·(A/3))+(6·(A/2))+(7·(A/0))+(1·(A/2))+(0·(A/1))=
(1·(A/3))+(7·(A/0))+(0·(A/1))+((6+1)·(A/2))=
(1·(A/3))+(7·(A/0))+(0·(A/1))+(7·(A/2))=
(1·(A/3))+(7·(A/2))+(0·(A/1))+(7·(A/0))=
1707

Måte 2 - diem med eittal over artar:
Denne er noko enklare enn måte 3 då vi slepp å dele opp diemet, og skrive tala på ein annleis måte - men, på grunn av at utfallet må skrivast etter at vi har rekna ut alle artane - på grunn av at om vi ikkje gjere det ofte vil kunne byrje å skrive minstearten i utfallet som stikktal for nært likheitsteiknet slik at vi kanskje må viske ut eller på annen måte fjerne dei enkelttal som er skrevne dersom det ikkje er flate nok til alle, må vi utføre rekninga i to omgangar.

Framgangsmåte:

1. Skriv dei to tala i eit diem med tilleggjingsteikn seg imellom.
2. Finn ut om nokre artar skal aukast med 1 ved å leggje saman mengdetala for kvar art for seg frå minsteart til størsteart, og deretter skriv utfallet frå størsteart til minsteart.
3. Valgfritt kan vi føre delrekninga av kvar art under diemet i eit eige diem. Om vi for nokre artar må trekkja frå grunntalet, kan vi valfritt skriva fråtrekkjinga for dette etter utrekninga for tilleggjing av kvar art, eller for seg sjølv under diemet dersom tilleggjinga for kvar art ikkje er skrive - då brukar vi fråtrekkjing for mengdetal - sjå fråtrekkjing for mengdetal for meir om dette. Vi fører eit eittal over artane til det talet som har størst art - dersom dei begge har like stor størsteart fører vi eittal over det fyrste talet.

Døme på tilleggjing av stikktal ved måte 2 - der vi skriv rekning av kvar art under diemet i eigne diem:

  1
1234 + 473 = 1707
4 + 3 = 7
3 + 7 = A som gir A - A = 0
1 + 2 + 4 = 7

For ordenen si skuld tar vi med det same døme der vi ikkje skriv dei valfrie rekningane av kvar art under diemet:

  1
1234 + 473 = 1707

Måte 3 - tabell:
Denne er noko meir omstendeleg, men likevel går sjølve rekninga raskare, då vi samstundes når vi finn ut kva for artar som skal aukast med 1, kan skriva utfallet.

Framgangsmåte:

1. Skriv dei to tala i eit diem med tilleggjingsteikn seg imellom.
2. Del opp diemet og set det fyrste talet for seg sjølv på éi rekkja, og set tilleggjingsteiknet saman med det andre talet for seg sjølv på ei rekkja under det fyrste talet slik at kvar art i det andre talet står like under samme art i talet over.
3. Byrje med minstearten, rekn på same måte som i måte 2, der vi reknar ut kvar art for seg ved å byrje med den minste. På same måte som ved måte 2, er det valfritt å føre rekningane av kvar art for seg, samt i tilfelle rekninga av ein art gir større eller lik mengde enn grunntalet fråtrekkjinga av grunntalet til den mengda.
4. Til slutt skrivast utfallet inn i diemet att.

Døme på tilleggjing ved stikktal ved måte 3 - der vi skriv rekning av kvar art under diemet i eigne diem:

1234 + 473 = 1707

```
   1
  1234
+  473
= 1707
```

4 + 3 = 7
3 + 7 = A som gir A - A = 0
1 + 2 + 4 = 7

For ordenen si skuld tar vi med det same døme der vi ikkje skriv dei valfrie rekningane av kvar art under utrekninga:

1234 + 473 = 1707

```
   1
  1234
+  473
= 1707
```

Som vi ser av døma, kan vi teikna linjer imellom den andre og den tredje rekkja. Valfritt kan óg bruke to strekar i staden for, under den tredje rekkja.

Snarveg ved tilleggjing av stikktal
Vi legg merke til at det som er valfritt å føre - nettopp rekningane av kvar art for seg under diemet, i tillegg til det å velje å skrive tilleggjing av stikktal kun i diem (ikkje i tabell), gir klart ein snarveg og forenkla skrivemåte. Derfor er det mogleg ved både å unngå det valfrie ogell å velje tilleggjing for stikktal i diem, å ta nokre snarvegar ved tilleggjing av stikktal.

2.2 Fråtrekkjing

Det å fråtrekkje er det å trekkje noko frå noko anna. Fråtrekkjing er derfor det å fråtrekkje som ei eining. Det å fråtrekkje er det motsette av det å tilleggje. I denne reknelæra skal vi sjå på kva det å fråtrekkje er for mengder - det å rekne ved fråtrekkjing. Fråtrekkjing kan vi óg omtale som minking.

Regel for fråtrekkjing
a - b = c, der c er utfallig.

Fråtrekkjar
Vi kallar b i regelen for fråtrekkjing for fråtrekkjar. Det er fråtrekkjaren som fråtrekk a noko.

Fråtrekkjing ved mottal
Ved fråtrekkjing må vi for nokre tilfeller endre på dei to tala dersom eitt eller to tal er mottalige før vi reknar ut utfallet. Til dømes dersom tala er a - -b, der b er eit mottal, endrar vi dei til a + b, som gir oss ei tilleggjing i staden for fråtrekkjing. Vi ser på lista over dei ulike endringar vi kan utføra på dei to tala alt etter som dei er medtalige eller mottalige:

Tilfelle	Vilkår	=
a-b	a>=b	a-b
a-b	a<b	-(b-a)
a--b		a+b
-a-b		-(a+b)
-a--b	a>=b	-(a-b)
-a--b	a<b	b-a

Tabell 4

Vi ser av lista at det er kun fire av dei seks tilfella vi reknar ut som ei fråtrekkjing - dei øvrige fem reknast ut ved hjelp av tilleggjing. Dette er svært viktig - forutan vi held tilsyn med desse ulike tilfella vil vi kunne møta umogleg rekning; dersom vi til dømes brukar tilfelle 4, ser vi at det å trekkje frå a ei mottalig mengde gir lite meining - i neste tilfelle kunne vi omtalt det fyrste talet a som ei mottalig mengde, som vi skal trekkja frå ei anna mindre mottalig mengde, men likevel er dette også ein uvanleg måte å tenkje på og i tilfelle 4 heller ikkje mogleg, slik at i begge tilfella blir dei to minketeikna om til eit auketeikn. Det kan leggjast til at i tilfelle 5 so endrast i tillegg auketeiknet til minketeikn. I fire av dei seks tilfella, skiljer vi mellom a ≥ b og a < b fordi vi då får tilsyn med dei tilfelle som etter rekning blir mottalige; til dømes som a - b når a < b, får eit utfall som er mottallig. Døme:

-2 - 3 = c

som gir

-(2 + 3) = c

Vi ser at vi skal utføre ei tilleggjing, og vi ser óg at utfallet blir mottalig.

Fråtrekkjing ved null
Er eitt eller begge tala i fråtrekkjinga lik 0, kan vi ved hjelp av den følgjande lista finna svaret forutan rekning:

Tilfelle	Vilkår	Same som:	=
0-b ∨ -0-b	|b|>0		-b
0--b ∨ -0--b	|b|>0	0+b ∨ -0+b	b
a-0 ∨ a--0	|a|>0	a-0 ∨ a+0	a
-a-0 ∨ -a--0	|a|>0	-a-0 ∨ -a+0	-a
0-0 ∨ 0--0		0-0 ∨ 0+0	0
-0--0 ∨ -0-0		-0+0 ∨ -0-0	-0* ∨ 0

Tabell 5
*Det er valfritt om vi skriv -0 eller 0.

Ved hjelp av å bruke oversikta over dei ulike tilfellene ved mottal, og ved null, som eit tillegg til regelen for fråtrekkjing, kan vi forberede oss til rekninga - av og til utføre ei tilleggjing i staden for fråtrekkjing, og av og til unngå rekning dersom vi ser at utfallet er gitt av eit av tilfella ved null. Vi går fram ved å fyrst endra diemet ut frå tilfella ved mottal, og deretter ut frå tilfella ved null. Døme:

-a - 0

som gir

-a

2.2.1 Fråtrekkjing ved opphavstal
Når vi skal fråtrekkje ved opphavstal må vi fyrst sikre oss at ikkje det tal som skal bli trekt frå er mindre enn det tal vi trekkjer frå med. Oversikta over fråtrekkjing ved mottal viser at dette tyder at vi i to tilfeller må velge to særskilte måtar å rekne på; 1. når a - b har a < b må vi gjere dette om til -(b - a), 2. -a - -b må gjerast om til -(a - b). I tillegg kan vi rekne ut fråtrekkjinga på to ulike måtar, der den fyrste er noko meir omstendeleg, men likevel er den ofte å foretrekkje då den kan skrivast på éi linje, der den andre må skrivast på to linjer.

Måte 1:
Framgangsmåte:
1. Skriv dei to opphavstala i eit diem.
2. Stryk ut frå tal a like mange enkelttal som det er i tal b.
3. Skriv dei enkelttal som er att i tal a som utfall.

Døme på fråtrekkjing av opphavstal ved måte 1:

II~~III~~ - III = II

Måte 2:
Framgangsmåte:

1. Skriv det andre talet b under det fyrste talet, slik at kvart enkelttal i b er like under tilsvarande enkelttal i a - då treng vi ikkje som i måte 1 stryka ut tal i a, fordi vi ser kva enkelttal som skal bli trekt frå a av b.
2. Utfallet kjem av dei enkelttal som ikkje har enkelttal frå tal b under seg, og som skrivast som utfall.

Vi brukar minketeikn i den andre rekkja, likheitsteikn og utfall på fyrste rekkje. Det kan ellers nemnast at ei svakheit ved denne måten er at dersom tala har ei slik mengde at det ikkje er flate nok til å skrive dei på éi rekkja kvar, får vi ikkje alltid enkelttal like under kvarandre mellom a og b - slik at det kan bli vanskelegare å sjå kor mange enkelttal utfallet skal ha. Men til dette kan det seiiast at likevel vil måten vere mogleg å bruke.

Døme på fråtrekkjing ved opphavstal ved måte 2:

  IIIII = II
\- III

2.2.2 Fråtrekkjing ved mengdetal
Framgangsmåte:

1. Skriv dei to tala i eit diem med fråtrekkjingsteikn seg imellom.
2. Overset dei to mengdetala til opphavstal.
3. Utfør fråtrekkjinga med opphavstala.
4. Til slutt overset vi opphavstala tilbake til mengdetal.

Vi brukar lista i tabell 3 over opphavstal og mengdetal for å oversetja imellom dei.

Døme på fråtrekkjing ved mengdetal:

6 - 4 = II~~IIII~~ - IIII = II = 2

Snarveg ved fråtrekkjing av mengdetal
Når mengdene til mengdetala er blitt kjent for dei som skal rekna, vil det å unngå oversetjinga til opphavstal ofte vere mogleg.

2.2.3 Fråtrekkjing ved stikktal

Når vi skal trekkja eit stikktal frå eit anna stikktal kan vi gjere det i diem og i ein tabell. Fyrst må vi finna ut om tal a er større eller lik, eller mindre enn tal b - dette er på grunn av at det er to ulike måtar vi då må rekne på både i diem og i tabell; når tal a er større eller lik tal b brukar vi minking i ei mellomrekning, og når tal a er mindre enn tal b brukar vi auking i ei mellomrekning - dette på grunn av at vi må få mottalig utfall når tal a er mindre enn tal b og medtalig utfall når tal a er større enn tal b. Dette kjem vi tilbake til i framgangsmåtane for dei to ulike måtane. I tillegg er framgangsmåtane litt ulike for vekslebar og uvekslebar talmengde - vi skal derfor sjå på dei to ulike talmengdene til stikktal kvar for seg.

Måte 1 - i diem med vekslebar talmengde:
Framgangsmåte:

1. Skriv fyrst dei to tala i eit diem.
2. Gong kvart enkelttal i dei to tala med tilhøyrande opphøgd grunntal, og skriv kvar av tilleggjingsdelane i tal b med fråtrekkjingsteikn ved å fjerne parentesen ikring dei.
3. Trekk no dei mottalige mengdetala frå dei medtalige som har opphøgde grunntal med det same opphøgde mengdetalet.
4. Blir nokon artar medtalige når utfallet skal vere mottalig, som gjeld når tal a er mindre enn tal b, byrjar vi med den minste arten og legg til den arten grunntalet samstundes som vi trekk frå grunntalet frå mengdetalet. Då får vi to artar - ein som er medtalig, men har eit grunntal opphøgd med eit mengdetal 1 større enn det vi hadde - og slik fortset vi med neste art som er medtalig inntil vi kun har mottalige artar att. På same måte går vi fram med den minste arten dersom nokon artar er mottalige når utfallet skal vere medtalig, som gjeld når tal a er større eller lik tal b - der vi i staden for å leggja til grunntalet og trekkja frå mengdetalet grunntalet, trekk frå grunntalet og legg til mengdetalet grunntalet. Blir nokon opphøgjarar like etter stikk 4 går vi tilbake til stikk 3.
5. Til slutt fjerner vi dei opphøgde grunntala, samt alle rekneteikn, og skriv utfallet som eit stikktal.

Døme på fråtrekkjing ved stikktal ved måte 1 - der tal a er større eller lik tal b:

144-37=
(1·(A/2))+(4·(A/1))+(4·(A/0))-((3·(A/1))+(7·(A/0)))=
(1·(A/2))+(4·(A/1))+(4·(A/0))-(3·(A/1))-(7·(A/0))=
(1·(A/2))+(4·(A/0))-(7·(A/0))+((4-3)·(A/1))=
(1·(A/2))+(4·(A/0))-(7·(A/0))+(1·(A/1))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))+((4-7)·(A/0))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))-(3·(A/0))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))+((-A+(-3+A))·(A/0)))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))+((-A+7)·(A/0)))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))-(A·(A/0))+(7·(A/0))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))-((A/1)·(A/0))+(7·(A/0))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))-(A/(1+0))+(7·(A/0))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))-(1·(A/1))+(7·(A/0))=
(1·(A/2))+(7·(A/0))+((1-1)·(A/1))=
(1·(A/2))+(7·(A/0))+(0·(A/1))=
(1·(A/2))+(0·(A/1))+(7·(A/0))=
107

Døme på fråtrekkjing ved stikktal ved måte 1 - der tal a er mindre enn tal b:

37-144=
-(144-37)=
-((1·(A/2))+(4·(A/1))+(4·(A/0))-((3·(A/1))+(7·(A/0))))=
-((1·(A/2))+(4·(A/1))+(4·(A/0))-(3·(A/1))-(7·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(4·(A/0))-(7·(A/0))+((4-3)·(A/1)))=
-((1·(A/2))+(4·(A/0))-(7·(A/0))+(1·(A/1)))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))+((4-7)·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))-(3·(A/0)))=

-((1·(A/2))+(1·(A/1))+((-A+(-3+A))·(A/0))))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))+((-A+7)·(A/0))))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))-(A·(A/0))+(7·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))-((A/1)·(A/0))+(7·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))-(A/(1+0))+(7·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))-(1·(A/1))+(7·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(7·(A/0))+((1-1)·(A/1)))=
-((1·(A/2))+(7·(A/0))+(0·(A/1)))=
-((1·(A/2))+(0·(A/1))+(7·(A/0)))=
-107

Måte 1 - i diem med uvekslebar talmengde:
Vi går fram nøyaktig som for vekslebar talmengde for stikktal i diem, men dersom vi får nokre artar som er medtalige når dei skal ha eit mottalig utfall eller motsett, må vi i tillegg sikre at mengda med motsett forteikn er mindre eller lik når medtalig og større eller lik når mottalig grunntalet som skal motsetje mengda. Då skilnaden mellom to mengdetal ved uvekslebar talmengde kan bli større enn valt grunntal, må vi ved det tilfellet gonge grunntalet med eit mengdetal. Vi går då fram for å finne det mengdetalet vi skal gonga grunntala med ved å forsøkje oss fram frå 1 og aukande, ved å skrive eigne diem under diemet.

Døme på fråtrekkjing ved stikktal ved måte 1 - der tal a er større eller lik tal b, og valt grunntal er lik 8:

34 - G =
3 · (8 / 1) + 4 · (8 / 0) - (G · (8 / 0)) =
3 · (8 / 1) + ((4 - G) · (8 / 0)) =
3 · (8 / 1) + (-C · (8 / 0)) =
3 · (8 / 1) + ((-8 · 2) + ((8 · 2) - C) · (8 / 0)) =
3 · (8 / 1) + (-8 · 2) · (8 / 0) + 4 · (8 / 0) =
3 · (8 / 1) - 2 · (8 / 1) + 4 · (8 / 0) =
(3 - 2) · (8 / 1) + 4 · (8 / 0) =
1 · (8 / 1) + 4 · (8 / 0) =
14

(8 · 1) - C = -4
(8 · 2) - C = 4

Døme på fråtrekkjing ved stikktal ved måte 1 - der tal a er mindre enn tal b, og valgt grunntal er lik 8:

G - 34 =
G · (8 / 0) - (3 · (8 / 1) + 4 · (8 / 0)) =
(G - 4) · (8 / 0) - 3 · (8 / 1) =
C · (8 / 0) - 3 · (8 / 1) =
((8 · 2) + (C - (8 · 2))) · (8 / 0) - 3 · (8 / 1) =
(8 · 2) · (8 / 0) - 4 · (8 / 0) - 3 · (8 / 1) =
2 · (8 / 1) - 4 · (8 / 0) - 3 · (8 / 1) =
(2 - 3) · (8 / 1) - 4 · (8 / 0) =
-1 · (8 / 1) - 4 · (8 / 0) =
-14

C - (8 · 1) = 4
C - (8 · 2) = -4

Vi ser av dømene at vi har forsøkt oss fram for å finne det mengdetalet vi skal gonga grunntala med ved å foreøskje oss fram frå 1 og aukande. Det kan nemnast at det å rekne på uvekslebare talmengder er svært sjeldan, og at vi derfor i dei aller fleste tilhøve vil kun ha trong for eit mengdetal lik 1 som alltid gjeld vekslebare talmengder - og då treng vi ikkje gonge grunntalet. Vi har likevel tatt med dømene slik at vi ser korleis det skal gjerast.

Måte 2 - tabell ved vekslebar talmengde:
Framgangsmåte:

1. Skriv fyrst tal a og tal b med fråtrekkjing seg imellom i eit diem utan utfall.
2. Skriv tabellen under diemet med eit mellomrom dei imellom. Tal a skal stå i fyrste rekkje i tabellen, tal b i andre rekkje med eit minketeikn framfor seg, dersom tal a er større eller lik tal b skrivast eit minketeikn fyrst i tredje rekkje, dersom tal a er mindre enn tal b kan vi valfritt skriva eit auketeikn fyrst i tredje rekkje og til slutt eit likheitsteikn på fjerde rekke. Valgfritt kan linjer teiknast mellom den andre rekkja og den tredje rekkja, samt etter den fjerde rekkja.
3. Byrje med minstearten og fortsett art for art inntil størstearten ved å trekkje kvart enkelttal i tal b frå tal a. Dersom tal a er større eller lik tal b skal utfallet vere medtalig som gir at dersom enkelttala gir eit mottal må det trekkjast frå ein større art - då skrivast eit mottalig eittal (vi treng ikkje skriva minketeikn framfor eittalet - då det blant anna óg vil ta for stor flate) over den større arten, og som blir trekt frå når enkelttala i den arten skal reknast ut. Den større arten er for stikktal med vekslebar talmengde alltid den fyrste større arten - for uvekslebar talmengde kan delmengda til eit enkelttal i ein art vere større eller lik valt grunntal, og derfor større enn den fyrste større arten til enkelttalet - i dette tilfelle byrje med den fyrste større arten, fyrst med delmengde lik 1 og oppover inntil grunntalet om naudsynt - om ikkje det gir medtal, fortset med neste større art på same måte inntil vi får riktig utfall. Dersom tal a er mindre enn tal b, skal utfallet vere mottalig, og i det tilfellet må det trekkjast frå den arten som er større ved å fyrst auke den arten ved å auke enkelttala med 1 - då skrivast eit eittal over den arten som har blitt auka med eit eittal som medtal. Utfallet av rekninga av dei enkelttal som må motsetjast med tanke på om dei er mottalige når dei skal vere medtalige eller medtalige når dei skal vere mottalige skrivast på den tredje rekkja, og utfallet på den fjerde. Valfritt kan vi skrive rekninga av kvart enkelttal i eigne diem under tabellen.
4. Til slutt når utfallet er funne, skrivast det i diemet.

Døme på fråtrekkjing ved stikktal ved måte 2 - der tal a er større eller lik tal b, og der tala har vekslebar talmengde:

144 - 37 = 107

```
   1
  144
-  37
-   3
= 107
```

4 - 7 = - 3 som gir A - 3 = 7
-1 + 4 - 3 = 0
1 - 0 = 1

Døme på fråtrekkjing ved stikktal ved måte 2 - der tal a er mindre enn tal b, og der tala har vekslebar talmengde:

37 - 144 = -107

1
37
- 144
3
= -107
7 - 4 = 3 som gir 3 - A = -7
1 + 3 - 4 = 0
0 - 1 = 1

Vi ser av dømene over at rekningane av enkelttala er tatt med slik at vi enklare kan sjå korleis heile fråtrekkjinga er gjort.

Måte 2 - tabell ved uvekslebar talmengde:
Vi går fram nøyaktig som for vekslebar talmengde for stikktal i tabell, men dersom vi får nokre artar som er medtalige når dei skal ha eit mottalig utfall eller motsett, må vi i tillegg sikre at mengda med motsett forteikn er mindre eller lik når medtalig og større eller lik når mottalig grunntalet som skal motsetje mengda. Då skilnaden mellom to mengdetal ved uvekslebar talmengde kan bli større enn valt grunntal, må vi ved det tilfellet gonge grunntalet med eit mengdetal. Vi går då fram for å finne det mengdetalet vi skal gonga grunntala med ved å forsøkje oss fram frå 1 og aukande, ved å skrive eigne diem under tabellen.

Døme på fråtrekkjing ved stikktal ved måte 2 - der tal a er større eller lik tal b, der tala har uvekslebar talmengde, og valt grunntal er lik 8:

34 - G = 14

2
34
- G
- C
= 14
4 - G = - C som gir
1 · 8 / 1 - C = 8 - C = -4
2 · 8 / 1 - C = 2 · 8 - C = G - C = 4
-2 + 3 = 1

Døme på fråtrekkjing ved stikktal ved måte 2 - der tal a er mindre enn tal b, der tala har uvekslebar talmengde, og valgt grunntal er lik 8:

G - 34 = -14

    2
      G
-   34
      C
= -14

G - 4 = C som gir
C - 1 · 8 / 1 = 8 - C = 4
C - 2 · 8 / 1 = 2 · 8 - C = G - C = -4
2 - 3 = -1

Vi ser av dømene at vi har skrive 2 som mottal over enkelttalet 3 i tal a - dette kjem av at 4 - G = -C har eit utfall som treng å bli fråtrekt ei delmengde på 2 av den fyrste større arten enn minstearten for å bli medtalig. Det kan nemnast at det er sjeldan vi skulle få bruk for fråtrekkjing med ei uvekslebar talmengde for stikktal, men likevel har vi tatt med dømene slik at vi får lært korleis vi skal gå fram.

2.3 Gonging

Å gonga er i reknelæra det å leggje ei mengde til seg sjølv ei mengde gongar. Gonging er det å gonga som ei eining. Å gonga er ei motsetjing til det å dele. Vi har to reglar for gonging; éin som kun gjeld heiltal, og éin som gjeld både heiltal og deltal. Det er den regelen som kun gjeld når det eine talet i gonginga er eit heiltal som gir oss den beste forklaring på kva det å gonge er - der vi ser at vi får tillagt det fyrste talet i gonginga til seg sjølv like mange gongar som det andre talet.

Regel for gonging ved heiltal
$a \cdot b = a'1 + a'2 + ... + a'b = c$, der b er heiltal og c er utfallig.

Regel for gonging
$a \cdot b = c$, der c er utfallig.

Gongar
Vi kallar b i regelen for gonging for gongar. Det er gongaren som gongar a.

Gonging ved mottal
Ved gonging må vi for nokre tilfeller endre på dei to tala dersom eitt eller to tal er mottalige før vi reknar ut utfallet. Til dømes dersom tala er -a·b, der b er eit mottal, endrar vi dei til -(a·b), som gir oss to medtal i staden for eit mottal og eit medtal. Vi ser på lista over dei ulike endringar vi kan utføra på dei to tala alt etter som dei er medtalige eller mottalige:

Tilfelle	Vilkår	Same som:
a·b		a·b
-a·b		-(a·b)
a·-b		-(a·b)
-a·-b		a·b

Tabell 6

Vi ser av lista at to av tilfella skal ha mottalig utfall - vi gongar fyrst og endrar forteikn etterpå. Døme:

$-2 \cdot 3 = -(2 \cdot 3) = -(6) = -6$

Gonging ved null
Er eitt eller begge tala i gonginga lik 0, kan vi ved hjelp av den følgjande lista finna svaret forutan rekning:

Tilfelle	Vilkår	=
c ∨ -0·-b	|b|>0	0
-0·b ∨ 0·-b	|b|>0	-0 ∨ 0
a·0 ∨ -a·-0	|a|>0	0
a·-0 ∨ -a·0	|a|>0	-0 ∨ 0
0·0 ∨ -0·-0		0
0·-0 ∨ -0·0		-0 ∨ 0

Tabell 7

Ved hjelp av å bruke oversikta over dei ulike tilfellene ved null, som eit tillegg til regelen for gonging, kan vi unngå rekning ved å vete at alle ulike tilfeller når eit eller to tal i gonginga er lik null skal ha eit utfall lik 0. I tillegg kan vi skilja mellom utfall lik -0 og 0 ved hjelp av lista. Døme:

0 · 2 = 0

2.3.1 Gonging ved opphavstal

Gonging ved opphavstal kan gjerast på to ulike måtar; éin ved hjelp av å fylle att ein firkant der vi brukar dei to tala som gongast som sider, og éin der vi brukar regelen for gonging ved heiltal.

Måte 1 - med ein firkant:

Framgangsmåte:

1. Skriv fyrst dei to opphavstala i eit diem forutan utfall.
2. Set dei to opphavstala saman i kvar sin retning vinkelrett på kvarandre.
3. Fyll i med opphavstal inntil vi får ein firkant.
4. Til slutt tel opp alle opphavstala i firkanten og skriv utfallet i diemet.

Døme på gonging ved opphavstal ved måte 1:

IIIIIIIIII · IIIII = IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII

IIIIIIIIII
IIIIIIIIII
IIIIIIIIII
IIIIIIIIII

For å vise litt tydelegare korleis vi går fram når vi set dei to opphavstala saman i kvar sin retning vinkelrett på kvarandre, og deretter fyller i med opphavstal inntil vi får ein firkant tar vi med den følgjande forklaringa:

Opphavstal blir satt saman vinkelrett på kvarandre:
IIIIIIIIII
I
I
I

Vi fyller att med opphavstal inntil vi får ein firkant:
IIIIIIIIII
IIIIIIIIII
IIIIIIIIII
IIIIIIIIII

Måte 2 - ved regelen for gonging ved heiltal:

Brukar vi regelen for gonging ved heiltal kan vi skriva heile gonginga i eit diem.

Framgangsmåte:

1. Skriv fyrst dei to tala med gongeteikn seg imellom.
2. Skriv det fyrste talet i gonginga like mange gongar som mengda til det andre talet.
3. Til slutt skriv utfallet ved å fjerne tilleggjingsteikna mellom opphavstala.

Døme på gonging ved opphavstal ved måte 2:

IIIIIIIII · IIII = IIIIIIIII + IIIIIIIII + IIIIIIIII + IIIIIIIII = IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII

Då opphavstal alltid er heiltalige kan vi valfritt bruke måte 1 og måte 2. Vi ser at måte 1 gir oss ei form som forklaring på kva gonging er for noko.

2.3.2 Ganging ved mengdetall

Gonging ved mengdetal kan gjerast på to ulike måtar; éin ved hjelp av å fylle att ein firkant der vi brukar dei to tala oversatt til opphavstal, og éin der vi brukar regelen for gonging ved heiltal. I begge dei to måtane overset vi fyrst til opphavstal.

Måte 1 - gonging av mengdetall:
Framgangsmåte:

1. Skriv mengdetala fyrst i eit diem med gongeteikn seg imellom.
2. Overset dei til opphavstal.
3. Gong opphavstala.
4. Til slutt etter å ha telt opphavstala frå utrekninga overset det tilbake til mengdetal. Bruk tabell 3 til å oversetja mellom mengdetal og opphavstal.

Ellers kan vi valfritt føre utrekninga av opphavstala under diemet for seg sjølv.

Døme på gonging ved mengdetal ved måte 1:

3 · 3 = III · III = IIIIIIIII = 9

III
III
III

Måte 2 - regel for gonging ved heiltal:
Framgangsmåte:

1. Skriv mengdetala fyrst i eit diem med gongeteikn seg imellom.
2. Bruk regelen for gonging ved heiltal og overset mengdetala til opphavstal.
3. Legg opphavstala til kvarandre.
4. Til slutt skriv utfallet som mengdetal.

Døme på gonging ved mengdetal ved måte 2:

3 · 3 = 3 + 3 + 3 = III + III + III = IIIIIIIII = 9

2.3.3 Gonging ved stikktal

Vi har to måtar vi gongar stikktal: Måte 1 gjer vi kun i diem, og måte 2 gjere vi med ein tabell.

Måte 1 - diem:
Framgangsmåte:

1. Skriv fyrst dei to tala i eit diem med gongeteikn seg imellom.
2. Gong kvart mengdetal i stikktala med sine opphøgde grunntal.
3. Gong alle mengdetala med sine opphøgde grunntal til kvart stikktal med kvarandre og alle dei opphøgde grunntal ved å leggja saman dei opphøgde mengdetala til kvart grunntal. Mengdetala som gongast med kvarandre skriv vi alltid som stikktal, opphøgjarane skriv vi som stikktal dersom mengda er større enn det største mengdetalet, ellers skriv vi dei som mengdetal.
4. Dersom gonging av nokre mengdetal gir eit stikktal med to mengdetal som enkelttal endrar vi dette til mengdetal med opphøgde grunntal ved hjelp av regelen for stikktal.
5. Legg saman dei mengdetal som er gonga med same opphøgde grunntal. Dersom nokre tilleggjingar gir mengdetal større eller lik grunntalet, går vi tilbake til stikk 4.
6. Set alle dei tilleggjingsdelar vi no har i diemet som er deldiem med eit mengdetal gonga med opphøgde grunntal i minkande følgjeorden når vi ser til kva grunntalet er opphøga i.
7. Til slutt fjern dei opphøgde grunntala og skriv utfallet som eit stikktal. Vi må hugse å setje eit stikk til høgre for enkelttalet for grunnarten dersom det er deltal med i stikktalet.

Døme på gonging ved stikktal i diem:

$50\cdot 53=$

$((5\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0)))\cdot((5\cdot(A/1))+(3\cdot(A/0)))=$

$(5\cdot 5\cdot(A/1)\cdot(A/1))+(5\cdot 3\cdot(A/1)\cdot(A/0))+(0\cdot 5\cdot(A/0)\cdot(A/1))+(0\cdot 3\cdot(A/0)\cdot(A/0))=$

$(5\cdot 3\cdot(A/1)\cdot(A/0))+(0\cdot 5\cdot(A/0)\cdot(A/1))+(0\cdot 3\cdot(A/0)\cdot(A/0))+(25\cdot(A/1)\cdot(A/1))=$

$(5\cdot 3\cdot(A/1)\cdot(A/0))+(0\cdot 5\cdot(A/0)\cdot(A/1))+(0\cdot 3\cdot(A/0)\cdot(A/0))+(25\cdot(A/(1+1)))=$

$(5\cdot 3\cdot(A/1)\cdot(A/0))+(0\cdot 5\cdot(A/0)\cdot(A/1))+(0\cdot 3\cdot(A/0)\cdot(A/0))+(25\cdot(A/2))=$

$(0\cdot 5\cdot(A/0)\cdot(A/1))+(0\cdot 3\cdot(A/0)\cdot(A/0))+(25\cdot(A/2))+(15\cdot(A/1)\cdot(A/0))=$

$(0\cdot 5\cdot(A/0)\cdot(A/1))+(0\cdot 3\cdot(A/0)\cdot(A/0))+(25\cdot(A/2))+(15\cdot(A/(1+0)))=$

$(0\cdot 5\cdot(A/0)\cdot(A/1))+(0\cdot 3\cdot(A/0)\cdot(A/0))+(25\cdot(A/2))+(15\cdot(A/1))=$

$(0\cdot 3\cdot(A/0)\cdot(A/0))+(25\cdot(A/2))+(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0)\cdot(A/1))=$

$(0\cdot 3\cdot(A/0)\cdot(A/0))+(25\cdot(A/2))+(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/(0+1)))=$

$(0\cdot 3\cdot(A/0)\cdot(A/0))+(25\cdot(A/2))+(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))=$

$(25\cdot(A/2))+(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0)\cdot(A/0))=$

$(25\cdot(A/2))+(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/(0+0)))=$

$(25\cdot(A/2))+(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))=$

$(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(((2\cdot(A/1))+(5\cdot(A/0)))\cdot(A/2))=$

$(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/1)\cdot(A/2))+(5\cdot(A/0)\cdot(A/2))=$

$(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(5\cdot(A/0)\cdot(A/2))+(2\cdot(A/(1+2))=$

$(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(5\cdot(A/0)\cdot(A/2))+(2\cdot(A/3))=$

$(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/(0+2))=$

$(15\cdot(A/1))+(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))=$

$(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(((1\cdot(A/1))+(5\cdot(A/0)))\cdot(A/1))=$

$(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(1\cdot(A/1)\cdot(A/1))+(5\cdot(A/0)\cdot(A/1))=$

$(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(5\cdot(A/0)\cdot(A/1))+(1\cdot(A/(1+1))=$

$(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(5\cdot(A/0)\cdot(A/1))+(1\cdot(A/2))=$

$(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(1\cdot(A/2))+(5\cdot(A/(0+1))=$

$(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(1\cdot(A/2))+(5\cdot(A/1))=$

$(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(1\cdot(A/2))+((0+5)\cdot(A/1))=$

(0·(A/0))+(2·(A/3))+(5·(A/2))+(1·(A/2))+(5·(A/1))=
(0·(A/0))+(2·(A/3))+(5·(A/1))+((5+1)·(A/2))=
(0·(A/0))+(2·(A/3))+(5·(A/1))+(6·(A/2))=
(2·(A/3))+(6·(A/2))+(5·(A/1))+(0·(A/0))=
2650

Vi ser av dømet over at vi har lagt til enkelttalet 0 - dersom ikkje grunnarten eller ein eller fleire artar mellom størstearten og minstearten er med, må vi skrive mengdetalet 0 for dei artar.

Måte 2 - tabell:
Framgangsmåte:

1. Skriv dei to tala i eit diem med gongeteiknet seg imellom.
2. Gong kvart enkelttal i tal b med kvart enkelttal i tal a, ved å fyrst byrje med å gonga artane i tal b frå minsteart til størsteart med tal a sin minsteart. Deretter fortset tilsvarande art for art i tal a.
3. Om stad for skriving av utfalla til kvar enkelt gonging av enkelttala: Vi set utfallet under det fyrste talet a i gonginga sin grunnart, slik at utfallet alltid har grunnart i same stad som det fyrste talet a sin grunnart. Ser vi til arten til enkelttala som gongast med sine opphøgde grunntal, skal utfallet av kvar gonging av enkelttala flyttast like mange enkelttal mot venstre når opphøgjaren er medtalig som medtalet sjølv, og like mange enkelttal mot høgre når opphøgjaren er mottalig som mottalet sjølv - og dette gjerast for kvar av enkelttala i gonginga. Då vi byrjar med å gonga minsteartane, og fortset ved å gonga alle artane i tal b med artane i tal a slik at artane i tal a gongast aukande frå minstearten til størstearten éin gong, so skrivast det eitt utfall for kvar art i tal a, der vi skriv eitt og eitt enkelttal, art, i utfallet inntil størstearten gongast - då kan det skrivast to enkelttal, artar, om delutfallet har det. Dersom gonginga av enkelttala gir to enkelttal som utfall, og det ikkje er den siste gonginga for gjeldande art i tal a, skrivast det eit eittal over den art som det fyrste enkelttalet har i tal a - og denne einaren leggjast til utfallet ved gonginga av neste enkelttal i tal b. Dette eittalet skrivast alltid på samme linje, og det er linjen over diemet.
4. Når gonginga er ferdig, legg vi saman utfalla under diemet. Her kan vi valfritt setja strek under det siste utfallet frå gonginga og skriva eit tilleggjingsteikn til venstre for det utfallet, og slik som ved tilleggjing i tabell skriva utfallet av tilleggjinga under utfalla av gonginga, deretter skrivast utfallet frå tilleggjinga i diemet - det er óg mogleg å skrive utfallet frå tilleggjinga inn i diemet forutan å skrive utfallet under utfalla ved gonginga. Dersom ein vel å leggja saman dei ulike utfalla frå gonginga som ved tilleggjing i tabell, skrivast det fyrste utfallet frå gonginga på den andre linja under diemet - då er det flate nok til å skrive eittala som skal leggjast til større artar når tilleggjinga av to enkelttal gir større eller lik utfall enn grunntalet.

Døme:

```
   1
    51·53=2703
   1
    53
+2750
=2703
```

2.4 Deling

Å dele er å gjere noko heilt om til fleire like delar. I reknelære er det å dele det å fråtrekkje ei mengde med ei mengde ei mengde gongar. Å dele er ei motsetjing til det å gonge. Deling er det å dele som ei eining. Vi har to reglar for deling; éin som kun gjeld heiltal, og éin som gjeld både heiltal og deltal. Det er den regelen som kun gjeld når det eine talet i delinga er eit heiltal som gir oss den beste forklaring på kva det å dele er - der vi ser at vi får fråtrekt det fyrste talet i delinga mengda til utfallet like mange gongar som det andre talet fråtrekt 1 - men vi brukar den sjeldan då det å bruke den til å rekne med vanlegvis krev tilnærming på fleire virkarar. Ellers kan det nemnast at regelen for deling brukar vi på litt ulike måtar for kvar talorden, og dette blir vi kjent med i delkapitla for kvar talorden for seg, der regelen for deling er tilpassa den gitte talorden.

Regel for deling
$a : b = c$, der c er utfallig.

Regel for deling ved heiltal
$a : b = a - c^{I}b - c^{I}(b-1) \ldots - c^{I}2 = c^{I}1$, der b er heiltal og c er utfallig.

Det er viktig å merke seg at når vi delar noko, delar vi noko i fleire like delar og set éin av desse delane som utfall - då får vi vite mengda til kvar av delane. Vanlegvis vil jo ei deling kunne skje forutan at vi set kvar av delane frå kvarandre, slik at vi har att ei mengde som er like stor som før delinga. Ser vi til regelen for deling ved heiltal blir skilnaden mellom dette klart ved at vi trekk alle delane forutan éin frå den mengda vi delar, og står nettopp att med éin av delane. Endrar vi på regelen for deling ved heiltal slik at vi set alle delane c over på den eine sida, og a på den andre, ser vi at vi har to like store mengder, der den eine er delt og den andre er heil (sjå det påfølgjande dømet). Dette vil vi utanfor reknelæra i vanleg deling ofte vere nøgde med når vi delar noko - men i reknelæra er det altso viktig å merke seg at formålet er å finne mengda til kvar del, slik at vi set éin av delane for seg sjølv for å finne mengda. Her kan det nemnast at skulle vi til dømes tilnærma oss mengda til utfallet ved hjelp av veging, ville vi etter deling av noko satt kun den eine delen for seg sjølv på vekta før tilnærming.

$a = c^{I}1 + c^{I}2 + \ldots + c^{I}b$

Delar
Vi kallar b i regelen for deling for delar. Det er delaren som delar a.

Deling ved mottal
Ved deling må vi for nokre tilfeller endre på dei to tala dersom eitt eller to tal er mottalige før vi reknar ut utfallet. Til dømes dersom tala er a : -b, der b er eit mottal, endrar vi dei til -(a : b), som gir oss to medtal i staden for eit mottal og eit medtal. Vi ser på lista over dei ulike endringar vi kan utføre på dei to tala alt etter som dei er medtalige eller mottalige:

Tilfelle	Vilkår	=
a:b	a>b	
a:b	a=b	
a:b	a<b	
-a:b	a>b	-(a:b)
-a:b	a=b	-(a:b)
-a:b	a<b	-(a:b)
a:-b	a>b	-(a:b)
a:-b	a=b	-(a:b)
a:-b	a<b	-(a:b)
-a:-b	a>b	a:b
-a:-b	a=b	a:b
-a:-b	a<b	a:b

Tabell 9

Vi ser av lista at seks av tilfella skal ha mottalig utfall - vi gongar fyrst og endrar forteikn etterpå. Døme:

-4 : 2 = -(4 : 2) = -(2) = -2

Deling ved null
Er eitt eller begge tala i delinga lik 0, kan vi ved hjelp av den følgjande lista finna svaret forutan rekning:

Tilfelle	Vilkår	=
0:b ∨ -0:-b	|b|>0	0
0:-b ∨ -0:b	|b|>0	-0
a:0 ∨ a:-0	|a|>0	Ingen utfall.
-a:0 ∨ -a:-0	|a|>0	Ingen utfall.
0:0 ∨ -0:-0 ∨ 0:-0 ∨ -0:0		Ingen utfall.

Tabell 10

Ved hjelp av å bruke oversikten over de ulike tilfellene ved mottall, og ved null, som et tillegg til regelen for deling, kan vi unngå regning ved å finne utfallet i tabellen (se tabell 10). I tillegg kan vi skille mellom utfall lik -0 og 0 ved hjelp av listen. Døme:

0:2 = 0

2.4.1 Deling ved opphavstal
Vi ser fyrst på regelen for deling ved opphavstal, og deretter går vi gjennom framgangsmåten for deling ved opphavstal.

Regel for deling ved opphavstal
a : b = c + (d : e), der a, b, c, d og e er opphavstal, (d : e) er eit deltal, om c = 0 kan det valfritt skrivast og om d = 0 kan (d : e) valfritt skrivast.

Framgangsmåte:

1. Skriv fyrst opphavstala med delingsteiknet seg imellom i eit diem.
2. Skriv dei to opphavstala i kvar sin retning vinkelrett på kvarandre frå same utgangsstikk, og begge med ei lengde frå dette på eitt teikn, i ein form under diemet der fyrste opphavstal skrivast i vassrett retning og det andre opphavstalet i loddrett retning (ved gonging skriv vi dei frå det same utgangsstikk med ei lengde på 0 frå utgangsstikket slik at det fyrste enkelttal i begge opphavstala blir det same).
3. Skriv for kvart av enkelttala i det loddrette opphavstalet eit opphavstal mellom dei to opphavstala for kvart av opphavstala til det vassrette opphavstalet. Det gjerast ved å for det fyrste opphavstalet gjentakande skrive artstalet I frå fyrste til siste enkelttal, og i det andre opphavstalet éin gong frå fyrste til siste enkelttal.
4. Valfritt kan no ein eigen form teiknast under den fyrste formen der alle artstala oin som vart skrive mellom dei to opphavstala kan flyttast til venstre i formen inntil det opphavstalet som står loddrett.
5. Tel kor mange heile søyler vi har (enklare ved å utføre stikk 4), eller då mengde gjentakingar for det fyrste opphavstalet som blir heiltalet i utfallet og deretter kor mange opphavstal som ikkje vart ei heilskapleg søyle eller den mengda det loddrette opphavstalet har.
6. Til slutt skriv utfallet i diemet. Utfallet skrivast som heiltal og deltal med tilleggjingsteikn seg imellom dersom der er heiltal - forutan skriv vi det som ei deling, og då som eit deltal. Vi ser at formålet med deling ved opphavstal kan seiiast er å skilje heiltalet ut frå delinga. Døme:

IIIIIIIIII : III = III + (II : III)

 IIIIIIIIII
II I I I
I I I I I
I I I I

 IIIIIIIIII
IIIII
IIIII
IIII

2.4.2 Deling ved mengdetal

Vi ser fyrst på regelen for deling ved mengdetal, og deretter går vi gjennom framgangsmåten for deling ved mengdetal.

Regel for deling ved mengdetal

a : b = c + (d : e), der a, b, c, d og e er mengdetal, (d : e) er eit deltal, om c = 0 kan det valfritt skrivast og om d = 0 kan (d : e) valfritt skrivast.

Framgangsmåte:
1. Skriv vi dei to mengdetala i eit diem med delingsteikn seg imellom.
2. Overset dei til opphavstal (vi brukar tabell 3 i oversetjing mellom opphavstal og mengdetal).
3. Del opphavstala.
4. Til slutt skriv utfallet med opphavstal, og overset opphavstalet tilbake til mengdetal og skriv utfallet med mengdetal. I utfallet må kvart opphavstal for seg oversetjast til mengdetal. Døme:

11 : 3 = IIIIIIIIIII : III = III + (II : III) = 3 + (2 : 3)

```
 IIIIIIIIIII
II  I  I  I
I I  I  I  I
I  I  I  I
```

```
 IIIIIIIIIII
IIIII
IIIII
IIII
```

2.4.3 Deling ved stikktall
Vi har to måtar vi gongar stikktal: Måte 1 gjere vi kun i diem, og måte 2 gjere vi med ein tabell.

Måte 1 - diem:
Vi ser fyrst på regelen for deling ved stikktal, deretter går vi gjennom framgangsmåten og ser til slutt på eit døme.

Regel for deling ved stikktal
a : b = c + (d : e), der a, b, c, d og e er stikktal, c = $i^{I}1 \cdot g / h + i^{I}2 \cdot g / (h - 1) + ... + i^{I}j \cdot g / (h - j + 1)$, $i^{I}j$ er eit enkelttal i c, d er lik $d^{I}j$ og j er valt mengde artar i c. Tillegg: når c er lik 0 kan c valfritt unngås og når $d^{I}j$ er lik 0 kan (d : e) valfritt unngås.

Finne størstearten ved h:
Når a > b:
a < b · (1 · g / h), der g er eit grunntal, h er eit mengdetal, der vi tilnærmar oss h ved å byrje med h = 1 og aukar heiltalig inntil a < b · (1 · g / h) og brukar (h - 1) som h vidare.
Når a = b:
h = 0.
Når a < b:
a < b · (1 · g / h), der vi tilnærmar oss h ved å byrje med h = -1 og minkar heiltalig inntil a ≥ b · (1 · g / h) og brukar h vidare.

Finne c og d:
$d^{I}1 = a - (i^{I}1 \cdot (g / h) \cdot b)$, der vi tilnærmar oss i ved å byrje med $i^{I}1 = 1$ og aukar heiltalig inntil $d^{I}1 < 0$ og brukar $(i^{I}1 - 1)$ som $i^{I}1$ vidare.
$d^{I}2 = d^{I}1 - (i^{I}2 \cdot (g / (h - 1)) \cdot b) = d^{I}1 - (i^{I}2 \cdot f^{I}2 \cdot b)$
...
$d^{I}j = d^{I}(j - 1) - (i^{I}j \cdot (g / (h - j + 1) \cdot b) = d^{I}(j - 1) - (i^{I}j \cdot f^{I}j \cdot b)$, der vi tilnærmar oss i ved å byrje med $i^{I}j = 1$ og aukar heiltalig inntil $d^{I}j < 0$ og brukar $(i^{I}j - 1)$ som $i^{I}j$ vidare.

Merknad til regel for deling om stikktal: Når vi skal rekne ut $b \cdot f$ og/eller $i^{I}j \cdot f^{I}j \cdot b$ brukar vi mengdetala gonga med artstala som stikktal med éin art - vi kan då rekne ut ved hjelp av gonging ved stikktal.

Framgangsmåte:
1. Skriv fyrst dei to stikktala i eit diem med delingsteiknet seg imellom.
2. Finn størstearten til stikktalet c. Utrekninga kan valfritt skrivast under diemet i eit eige diem.
3. Velg mengde artar j til c. Valfritt kan det skrivast i eit eige diem under diemet kva for j som er valt.
4. Finn c og d. Utrekninga av kvar $i^{I}j$ og $d^{I}(j - 1)$ kan valfritt skrivast under diemet i eigne diem.
5. Skriv utfallet når alle $i^{I}j$ er funne.

Døme:
$11 : 3 = 3.66 + (0.02 : 3) = 3.66 + (1 : 150)$

$a > b$ som gir $11 < 3 \cdot (1 \cdot A / 1)$ som gir $h = 1 - 1 = 0$
Vel mengde artar $j = 3$.
$d^{I}1 = 11 - (3 \cdot (A / 0) \cdot 3 = 2$
$d^{I}2 = 2 - (6 \cdot (A / -1) \cdot 3 = 0.2$
$d^{I}3 = 0.2 - (6 \cdot (A / -2) \cdot 3 = 0.02$

Vi ser av dømet at vi i tillegg har lagt til eit utfall der delinga er forenkla ved å gjere om delinga til heiltal og deretter forkorta tala i delinga. Sjå delkapitlet om andre reglar for deling for korleis framgangsmåten for dette er.

Måte 2 - tabell:
Framgangsmåte:
1. Vi skriv dei to tala i eit diem med deleteiknet seg imellom.
2. Vi finner størstearten som tal b skal gongast med for etterpå å gonga tal b gonga med størstearten og igjen gonga med heiltal frå 1 oppover til 9 inntil den mengda saman blir den største som kan fråtrekkjast tal a forutan at utfallet blir mottalig. Størstearten finn vi ved å gonga tal b med artstal frå ein valt minsteart og oppover, og fråtrekk tal b gonga med artstalet inntil vi finn størstearten. Størstearten finn vi altså når tal b gonga med artstalet blir den største mengda tal a kan fråtrekkjast med forutan å bli mottalig.
3. Vi gongar tal b med størstearten og heiltal fra 1 og oppover til 9, inntil vi finn den største mengda som kan fråtrekkjast tal a forutan at tal a blir mottalig. Når rett heiltal er funnet skriv vi det i utfallet som eit enkelttal. Heiltalet skal skrivast som same art som størstearten. Dersom stikk 3 blir gjenteke frå eit seinare stikk byttast størstearten med ein gitt mindre art.

4. Mengda tal b gonga med arten frå stikk 3 gonga med heiltalet frå stikk 3 fråtrekkjast tal a. Vi fråtrekk ved å bruke fråtrekking i tabell som vanlig, der fyrste delinga skjer ved å bruke det fyrste utfallet frå stikk 3 som fråtrekkjar til tal a der i tilfelle det blir naudsynt å skriva tal over det fyrste talet i delinga ved fråtrekkjing av enkelttal som er større i utfallet frå stikk 3 enn enkelttal i tal a over tal a. Vi skriv utfallet av fråtrekkjinga éi linje under dei to tala som fråtrekkjast for å få flate til å i tilfelle skriva tall over det fyrste talet i neste fråtrekkjing ved trong for dette. Ved siste fråtrekkjing kan utfallet frå fråtrekkjinga skrivast forutan eit mellomrom på éi linje mellom fråtrekkjaren og utfallet. Tala i fråtrekkjingane skrivast alltid slik at artane i tala har same stad som tilsvarande artar ville hatt for stad i tal a, om dei manglar i tal a - om dei er i tal a har dei den same staden. Dersom vi skal finne fleire artar i utfallet til delinga går vi tilbake til stikk 3, der vi brukar éin art mindre enn i førre gjentaking. Vi set strek under alle fråtrekkjarane, men unngår strek under utfalla. Vi kan valfritt skriva likheitsteikn framfor utfall ved fråtrekkjinga, og vi kan valfritt skriva den linja i tabellen ved fråtrekkjing som er til hjelp om enkelttal blir mottalige når dei skal vere medtalige. I døma i dette kapitlet er det valfrie unngått.
5. Til slutt når vi er ferdig med stikk 3 og stikk 4 set vi strek under utfallet av delinga.

Døme der utfallet er rett:

4509 : 15 = 300.6
- 4500

9
- 9
0

Døme der utfallet er omlagleg:

1 : 3 ≈ 0.333
- 0.9

0.1
- 0.09

0.01
- 0.009
0.0001

Teiknliste

Teiknsamlingar:
Gjerningsteikn: +-·:/ \

+ teikn for gjerninga tilleggjing. Lesast i diem: ‘tillagt’, ‘tillagt med’, ‘auka’ eller ‘auka med’
- teikn for gjerninga fråtrekkjing. Lesast i diem: ‘fråtrekt’, ‘fråtrekt med’, ‘minka’ eller ‘minka med’
· teikn for gjerninga gonging. Lesast i diem: ‘gonga’ eller ‘gonga med’
: teikn for gjerninga deling. Lesast i diem: ‘delt’ eller ‘delt med’
/ teikn for gjerninga opphøgjing. Lesast i diem: ‘opphøgt’ eller ‘opphøgt med’
\ teikn for gjerninga nedhøgjing. Lesast i diem: ‘nedhøgt’ eller ‘nedhøgt med’

Ordliste

Om ordlista
Ordlista er inndelt i ei bokstavleg og ei emneleg orden. Begge inneheld dei nøyaktig same orda.

Bokstavleg orden:
auke -ar, -a, -a gjerning når noko blir lagt til noko anna. Motsetjing til det å minke. Har teiknet '+'
auking -a, -ar, -ane det å auke som ei eining. Motsetjing til det å minke. Har teiknet '+'
delar -en, -ar, -ane noko eller nokon som delar noko. I reknelære: den mengda vi delar ei anna mengde med.
dele -er, -te, -t det å gjere noko heilt om til fleire delar. I reknelære det å fråtrekkje ei mengde med ei mengde ei mengde gongar. Motsetjing til det å gonge. Har teiknet ':'. Har teiknet ':'
deling -a, -ar, -ane det å dele som ei eining. Motsetjing til gonging. Har teiknet ':'.
fråtrekkjar -en, -ar, -ane noko eller nokon som trekk noko frå noko. I reknelære: den mengda vi trekk frå ei anna mengde.
fråtrekkje fråtrekkjer, fråtrekte, fråtrekt det å trekkje noko frå noko anna. Motsetjing til det å tilleggje. Det same som det å minke. Har teiknet '-'.
fråtrekkjing -a, -ar, -ane det å fråtrekkje som ei eining. Motsetjing til tilleggjing. Det same som minking. Har teiknet '-'.
gongar -en, -ar, -ane noko eller nokon som gongar noko med noko. I reknelære: den mengda vi gongar ei anna mengde med.
gonge -ar, -a, -a det å leggje ei mengde til seg sjølv ei mengde gongar. Motsetjing til det å dele. Har teiknet '·'.
gonging -a, -ar, -ane det å gonga som ei eining. Motsetjing til deling. Har teiknet '·'.
minking -a, -ar, -ane det å minke som ei eining. Motsetjing til det å auke. Har teiknet '-'
minke -ar, -a, -a gjerning når noko blir trekt frå noko anna. Motsetjing til det å auke. Har teiknet '-'
nedhøgjar -en, -ar, -ane noko eller nokon som nedhøgjar noko med noko. I reknelære: den mengda vi nedhøgjar ei anna mengde med.
nedhøgje -er, -høgde, -høgt det å gonge eller dele ei mengde lik 1 med ei utfallig mengde ei mengde gongar. Motsetjing til det å opphøgje. Har teiknet '\'.
nedhøgjing -a, -ar, -ane det å nedhøgje som ei eining. Motsetjing til opphøgjing. Har teiknet '\'.
opphøgjar -en, -ar, -ane noko eller nokon som opphøgjar noko med noko. I reknelære: den mengda vi opphøgjar ei anna mengde med.
opphøgje -er, -høgde, -høgt det å gonge eller dele ei mengde lik 1 med ei innfallig mengde ei mengde gongar. Motsetjing til det å nedhøgje. Har teiknet '/'.
opphøgjing -a, -ar, -ane det å opphøgje som ei eining. Motsetjing til nedhøgjing. Har teiknet '/'.
rekne -ar, -a, -a gjerning med to eller fleire innfallige mengder, med mål om å få éi eller fleire mengder som utfall (vanlegvis talmengder)
rekneart -en, -ar, -ane ein art av rekning. Dei 6 rekneartane er; tilleggjing, fråtrekkjing, gonging, deling, opphøgjing og nedhøgjing.
rekning -a, -ar, -ane gjerninga å rekne som ei eining
tilleggjar -en, -ar, -ane noko eller nokon som legg noko til noko. I reknelære: den mengda vi legg til ei anna mengde.
tilleggje tillegg, tilla, tillagt det å leggje noko til noko anna. Motsetjing til det å fråtrekkje. Det same som det å auke. Har teiknet '+'.
tilleggjing -a, -ar, -ane det å tilleggje som ei eining. Motsetjing til fråtrekkjing. Det same som auking. Har teiknet '+'.

Emneleg orden:
Gjerningar
auke -ar, -a, -a gjerning når noko blir lagt til noko anna. Motsetjing til det å minke. Har teiknet '+'
auking -a, -ar, -ane det å auke som ei eining. Motsetjing til det å minke. Har teiknet '+'
delar -en, -ar, -ane noko eller nokon som delar noko. I reknelære: den mengda vi delar ei anna mengde med.
dele -er, -te, -t det å gjere noko heilt om til fleire delar. I reknelære det å fråtrekkje ei mengde med ei mengde ei mengde gongar. Motsetjing til det å gonge. Har teiknet ':'. Har teiknet ':'
deling -a, -ar, -ane det å dele som ei eining. Motsetjing til gonging. Har teiknet ':'.
fråtrekkjar -en, -ar, -ane noko eller nokon som trekk noko frå noko. I reknelære: den mengda vi trekk frå ei anna mengde.
fråtrekkje fråtrekkjer, fråtrekte, fråtrekt det å trekkje noko frå noko anna. Motsetjing til det å tilleggje. Det same som det å minke. Har teiknet '-'.
fråtrekkjing -a, -ar, -ane det å fråtrekkje som ei eining. Motsetjing til tilleggjing. Det same som minking. Har teiknet '-'.
gongar -en, -ar, -ane noko eller nokon som gongar noko med noko. I reknelære: den mengda vi gongar ei anna mengde med.
gonge -ar, -a, -a det å leggje ei mengde til seg sjølv ei mengde gongar. Motsetjing til det å dele. Har teiknet '·'.
gonging -a, -ar, -ane det å gonga som ei eining. Motsetjing til deling. Har teiknet '·'.
minking -a, -ar, -ane det å minke som ei eining. Motsetjing til det å auke. Har teiknet '-'
minke -ar, -a, -a gjerning når noko blir trekt frå noko anna. Motsetjing til det å auke. Har teiknet '-'
nedhøgjar -en, -ar, -ane noko eller nokon som nedhøgjar noko med noko. I reknelære: den mengda vi nedhøgjar ei anna mengde med.
nedhøgje -er, -høgde, -høgt det å gonge eller dele ei mengde lik 1 med ei utfallig mengde ei mengde gongar. Motsetjing til det å opphøgje. Har teiknet '\'.
nedhøgjing -a, -ar, -ane det å nedhøgje som ei eining. Motsetjing til opphøgjing. Har teiknet '\'.
opphøgjar -en, -ar, -ane noko eller nokon som opphøgjar noko med noko. I reknelære: den mengda vi opphøgjar ei anna mengde med.
opphøgje -er, -høgde, -høgt det å gonge eller dele ei mengde lik 1 med ei innfallig mengde ei mengde gongar. Motsetjing til det å nedhøgje. Har teiknet '/'.
opphøgjing -a, -ar, -ane det å opphøgje som ei eining. Motsetjing til nedhøgjing. Har teiknet '/'.
tilleggjar -en, -ar, -ane noko eller nokon som legg noko til noko. I reknelære: den mengda vi legg til ei anna mengde.
tilleggje tillegg, tilla, tillagt det å leggje noko til noko anna. Motsetjing til det å fråtrekkje. Det same som det å auke. Har teiknet '+'.
tilleggjing -a, -ar, -ane det å tilleggje som ei eining. Motsetjing til fråtrekkjing. Det same som auking. Har teiknet '+'.

Rekning
rekne -ar, -a, -a gjerning med to eller fleire innfallige mengder, med mål om å få éi eller fleire mengder som utfall (vanlegvis talmengder)
rekneart -en, -ar, -ane ein art av rekning. Dei 6 rekneartane er; tilleggjing, fråtrekkjing, gonging, deling, opphøgjing og nedhøgjing.
rekning -a, -ar, -ane gjerninga å rekne som ei eining

Regelsamling

Regel for tilleggjing
$a+b=c$, der c er utfallig.

Regel for fråtrekkjing
$a - b = c$, der c er utfallig.

Regel for gonging ved heiltal
$a \cdot b = a^{\mathrm{I}}1 + a^{\mathrm{I}}2 + ... + a^{\mathrm{I}}b = c$, der b er heiltal og c er utfallig.

Regel for gonging
$a \cdot b = c$, der c er utfallig.

Regel for deling
$a : b = c$, der c er utfallig.

Regel for deling ved heiltal
$a : b = a - c^{\mathrm{I}}b - c^{\mathrm{I}}(b-1) ... - c^{\mathrm{I}}2 = c^{\mathrm{I}}1$, der b er heiltal og c er utfallig.

Regel for deling ved opphavstal
$a : b = c + (d : e)$, der a, b, c, d og e er opphavstal, $(d : e)$ er eit deltal, om $c = 0$ kan det valfritt skrivast og om $d = 0$ kan $(d : e)$ valfritt skrivast.

Regel for deling ved mengdetal
$a : b = c + (d : e)$, der a, b, c, d og e er mengdetal, $(d : e)$ er eit deltal, om $c = 0$ kan det valfritt skrivast og om $d = 0$ kan $(d : e)$ valfritt skrivast.

Regel for deling ved stikktal
$a : b = c + (d : e)$, der a, b, c, d og e er stikktal, $c = i^{\mathrm{I}}1 \cdot g / h + i^{\mathrm{I}}2 \cdot g / (h - 1) + ... + i^{\mathrm{I}}j \cdot g / (h - j + 1)$, $i^{\mathrm{I}}j$ er eit enkelttal i c, d er lik $d^{\mathrm{I}}j$ og j er valt mengde artar i c. Tillegg: når c er lik 0 kan c valfritt unngås og når $d^{\mathrm{I}}j$ er lik 0 kan $(d : e)$ valfritt unngås.

Finne størstearten ved h:
Når $a > b$:
$a < b \cdot (1 \cdot g / h)$, der g er eit grunntal, h er eit mengdetal, der vi tilnærmar oss h ved å byrje med $h = 1$ og aukar heiltalig inntil $a < b \cdot (1 \cdot g / h)$ og brukar $(h - 1)$ som h vidare.
Når $a = b$:
$h = 0$.
Når $a < b$:
$a < b \cdot (1 \cdot g / h)$, der vi tilnærmar oss h ved å byrje med $h = -1$ og minkar heiltalig inntil $a \geq b \cdot (1 \cdot g / h)$ og brukar h vidare.

Finne c og d:
$d^{\mathrm{I}}1 = a - (i^{\mathrm{I}}1 \cdot (g / h) \cdot b)$, der vi tilnærmar oss i ved å byrje med $i^{\mathrm{I}}1 = 1$ og aukar heiltalig inntil $d^{\mathrm{I}}1 < 0$ og brukar $(i^{\mathrm{I}}1 - 1)$ som $i^{\mathrm{I}}1$ vidare.
$d^{\mathrm{I}}2 = d^{\mathrm{I}}1 - (i^{\mathrm{I}}2 \cdot (g / (h - 1)) \cdot b) = d^{\mathrm{I}}1 - (i^{\mathrm{I}}2 \cdot f^{\mathrm{I}}2 \cdot b)$
...
$d^{\mathrm{I}}j = d^{\mathrm{I}}(j - 1) - (i^{\mathrm{I}}j \cdot (g / (h - j + 1) \cdot b) = d^{\mathrm{I}}(j - 1) - (i^{\mathrm{I}}j \cdot f^{\mathrm{I}}j \cdot b)$, der vi tilnærmar oss i ved å byrje med $i^{\mathrm{I}}j = 1$ og aukar heiltalig inntil $d^{\mathrm{I}}j < 0$ og brukar $(i^{\mathrm{I}}j - 1)$ som $i^{\mathrm{I}}j$ vidare.

Andre bøker og ebøker gitt ut av forlaget Verda:

Bok ∨ Ebok	Språk
Erenglære	Nynorsk
Erenglære	Bokmål
Kestlære	Nynorsk
Kestlære	Bokmål
Følgjelære	Nynorsk
Følgelære	Bokmål
Diemlære	Nynorsk
Diemlære	Bokmål
Mengdelære	Nynorsk
Mengdelære	Bokmål
Otliste	Nynorsk
Otliste	Bokmål
Gjumlære	Nynorsk
Gjumlære	Bokmål
Reknelære	Nynorsk
Regnelære	Bokmål

Desse kan bestillast på nettsida http://www.verda.no