Regnelære

Bokmål
Tom André Tveit
Verda

Regnelære

Tom André Tveit

Regnelære

1. utgave
Bokmål

Verda

Tittel: Regnelære
Forfatter: Tom André Tveit
Redaktør: Tom André Tveit
Forlag: Verda
Stad: Bergen
Utgitt: 2016
Språk: Bokmål
Utgave: 1. utgave
Filformat: .pdf
Størrelse: 210 mm · 297 mm (A4)
Sider: 33
ISBN: 978-82-8329-058-5

Kontaktopplysninger:
Tom André Tveit (Verda)
Postboks 2636
5827 Bergen
post@verda.no
http://www.verda.no

Gratis otliste (tegn- og ordliste):
På internettsiden http://www.verda.no er det mulig å laste ned en gratis otliste (tegn- og ordliste) som ebok. Den inneholder alle de ot (tegn og ord) som er nye i bøkene gitt ut på forlaget Verda – og vil derfor kunne være til hjelp for de som i lesing av en eller flere av disse bøkene skulle møte noen ot som de ikke er kjent med. Otlisten er tilgjengeleg både på nynorsk og bokmål.

Fagspørsmål:
På internett er det mulig å få svar på fagspørsmål. Se http://www.verda.no/fagsporsmal for mer om pris, og om hvordan en går frem for å stille fagspørsmål, med mer.

Innspill:
Dersom det blir funnet noen feil, enten skrivefeil eller andre feil, eller noe som kan videreutvikle eller på annen måte forbedre lærebøkene, kan innspill sendes til følgende epostadresse: innspel@verda.no

Forord

Denne læreboken inneholder fremgangsmåter for gjerningene; tillegging, fratrekking, gonging, deling, for tallordenene opphavstall, mengdetall og stikktall fra mengdelæren. Da stikktall er den vanligste tallordenen som vi bruker, gir derfor denne regnelæren et nærmest fullstendig grunnlag for all regning med de nevnte gjerningene. De vanlige fremgangsmåter en lærer i skoleverket for disse gjerningene er med - i tillegg er der utviklet egne fremgangsmåter ut fra læreboken 'Mengdelære', som utelukkende kan utføres i diem. I utviklingen av dataforskriften 'Diem', viste det seg at det var helt nødvendig å kunne disse fremgangsmåtene, samt viser de seg å gi et svært godt grunnlag for å kunne bedre forstå og forklare de vanlige fremgangsmåtene - de vanlige er forenklinger. Læreboken viser også hvordan vi kan frigjøre oss fra gangetabeller; ved regning med opphavstall som grunnlag for å regne mengdetallene i alle fremgangsmåtene er løsningen.

Regnelæren bygger på læreboken 'Mengdelære', og derfor kan den tilrådes særskilt de som ikke er kjent med tallordenene opphavstall, mengdetall og stikktall.

Når det gjelder regnespråket i denne mengdelæren, er det også nytt. Hele formålet med dette regnespråket er å kunne skrive regning på én linje – da dette er noe som er svært nyttig blant annet på datamaskin. Derfor vil reglene og eksemplene som bruker regnespråket være litt ukjent i begynnelsen – men likevel skal jeg unngå nærmere forklaring på dette, da forskjellene fra det regnespråk som vi vanligvis kjenner fra skoleverket blant annet i Norge den dag idag, ikke er store. For de som skulle ønske en nærmere forklaring, vil de finne svar i diemlæren – diemlære er enkelt sagt en lære for skrivereglene for dette nye regnespråket. En ting som noen sikkert kommer til å merke seg, er at mange regler blir svært lange, på grunn av at alt blir skrevet på én linje. De som skulle finne nytte for det, kan oversette reglene til det regnespråk de er mest vant med selv.

Regnelæren kunne vært mer omstendelig, hatt et større innhold, da utkastet til 1. utgave har dette - men arbeidet med denne 1. utgaven har vært noe fremskyndet slik at den kan virke som ikke bare en lærebok i regnelære, men óg som en kilde til og rettledning i fremgangsmåtene for gjerningene for de som bruker dataforskriftene 'Diem'. Likevel er regnelæren slik den er nå en selvstendig lærebok med et avgrenset emne og med sitt eget hele - som noen kanskje til og med vil synes er et gode, da den inneholder en kort og grundig lære om hvordan regne gjerningene nevnt.

Det er ikke lagt ved øvingsoppgaver i denne regnelæren - årsaken er i hovedssak at det idag er blitt vanlig å bruke dataforskrifter til å lære seg å regne, slik at leseren blir oppfordret til å selv lage oppgaver som de kan bruke datamaskin til å se til at utfall som en selv regner ut er rette. En annen årsak er at fremgangsmåtene er skrevet så nøysomt at det ventes at det ikke skal bli vanskelig å ved hjelp av de og dømene sette igang selv regne egenlagede oppgaver. Dataforskriften 'Diem' tilrådes på det sterkeste for å gjøre det å lære seg å regne enklere - den kan brukes til både å gåge utfall til oppgaver ved regning, samt å se de helhetlige fremgangsmåtene for reningen. På forlagets nettsider er det mulig å lese mer om innholdet i dataforskriften 'Diem'.

Læreboken kan brukes av både lærerer og elever i grunnskolen, både ved barne- og ungdomsskole, for å nå målene i læreplanen for gjerningene; tillegging, fratrekking, ganging og deling. I tillegg kan læreboken brukes i hele skoleverket, og ellers i livet, som en kilde til og rettledning i regning både for ung som voksen.

Forfatteren ønsker at leserene lærer noe nytt, og ellers trives med lesingen av denne boken.

Innhold

1 Regning

Regning er å gjøre noe med to eller flere innfallige mengder, med mål om å få én eller flere mengder som utfall. Regning er hovedsakelig å finne utfallet når vi brukt en av de følgende gjerninger på to mengder; tillegging, fratrekking, ganging, deling, opphøgying og nedhøying. Som vi lærer i mengdelæren er tall og ord og tegn som vi bruker for ulike mengder - og tall for noe av det viktigste vi har når vi skal regne.

Det er mange måter å regne på - de vanligste er om skriving på papir blant annet ved hjelp av diem, og kalkulator. Andre måtar å regne på er til dømes å legge en mengde til en annen mengde og telle mengden, som tilsvarende kan sies å være å legge et kest til et annet kest og telle mengden - da bruker vi telling til å finne svaret, noe som er sjelden idag når vi oftest bruker ulike regler som frigjør oss fra å telle, samt bruk av kalkulator som teller for oss.

Regning er et viktig verktøy som kan brukes til svært mye - holde tilsyn med inntekter og kostnader, finne ut hvor stor en flate eller hvor stort et rom er, tilpasse en oppskrift til en mengde gjester, ved hjelp av ulike regler lære seg mer om hvordan verden varer og virker. Her kunne vi nevnt mye - i denne regnelæren skal vi som allerede nevnt lære hvordan vi regner med de seks gjerningene; tillegging, fratrekking, ganging, deling, opphøying og nedhøying for hver av dei ulike tallordener vi kjenner fra mengdelæren.

Gjerningene

Til regning bruker vi noen utvalgte gjerninger. I en senere utgave av regnelæren vil en helhetlig liste kunne bli lagt ved - midlertidig følger det med en liste over de viktigste gjerninger som er de 6 ulike regneartene (se tabell 1):

Gjerning som tegn	Gjerning som ord
+	Tillegging
-	Fratrekking
·	Ganging
:	Deling
/	Opphøying
\	Nedhøying

Tabell 1

I diem bruker vi vanligvis tegnet til en gjerning - sjelden bruker vi ordet. De gjerningene her nevnt skriver vi i diem slik:

$1 + 1 = x$
$1 - 1 = x$
$1 \cdot 1 = x$
$1 : 1 = x$
$1 / 1 = x$
$1 \backslash 1 = x$

Lesing av gjerninger

Vi leser alltid gjerninger i diem som utførte gjerninger, der vi valgfritt kan legge til ‘med’. Døme:

$a + b = c$

Leses; ‘a tillagt b er lik c’, som valgfritt kan leses; ‘a tillagt med b er lik c’.

Regning og opphavstall
Det bør nevnes at opphavstall er den viktigste tallordenen når det gjelder reglene for regning. Reglene for de ulike gjerningene vi bruker til regning kan skrives på mange ulike måter, men det er opphavstall som gir oss den grunnleggende måten og regel som har mest til felles ved alle måter. Ellers skal vi i denne regnelæren lære regler for de ulike gjerningene vi bruker til regning i følgende tallorden; opphavstall, mengdetall og stikktall. Alle disse tallordener har tallmengde som grunnlag - og derfor kan vi trygt si at de mengder vi regner med i denne regnelæren er alle sammen ulike tallmengder. Se mengdelæren for mer om opphavstall, de ulike tallordener her nevnt og tallmengde.

Regning og diem
I diem er regning i hovedsak det å forkorte diemet ved å gjøre to og to kest om til ett. Som forklaringen til omgrepet regning tilsier, er nettopp det å gjøre to kest om til ett, det å gjøre noe med kestene sine to mengder, med mål om å finne et utfall som blir mengden i det kestet vi står att med.

Om skrivemåten ved regning i diem: Når vi skal regne ut to kest skriver vi utregningen som følger:

1. Vi setter deldiemet som skal regnast i for seg selv.
2. Om nødvendig setter vi de to tallene eller de to kestene vi skal regne ut for seg selv utenfor deldiemet, og finner utfallet.
3. Skriv likhetstegn bakom deldiemet, og skriv deldiemet på nytt med utfallet i stedet for de to tallene eller de to kestene.

Denne framgangsmåten kan vi både bruke når diemet har én eller flere sammenligninger.

Døme på skrivemåte ved én sammenligning:

12 + 3 + 2 = x

Vi skal regne ut 12 + 3 og setter deldiemet før likhetstegnet for seg selv:

12 + 3 + 2 =

Vi setter 12 + 3 for seg selv for å finne utfallet ved hjelp av en fremgangsmåte for tillegging ved stikktall:

$$\begin{array}{r} 12 \\ \underline{+\quad 3} \\ \underline{=15} \end{array}$$

Vi setter utfallet 15 inn i deldiemet bakom likhetstegnet:

12 + 3 + 2 = 15 + 2

Til slutt set vi deldiemet inn i diemet:

15 + 2 = x

Dette dømet gjelder tilsvarende for et diem med flere sammenligninger, der vi setter ett av deldiemene med sammenligning i en eller begge av endene for seg selv, og utfører samme skrivemåte. Det kan nevnes at det vanligste når vi først setter et deldiem slik for seg selv, er at vi regner ut hele deldiemet før vi setter det tilbake inn i diemet - da regner vi ut to og to kest inntil vi står igjen med kun ett kest. For mer om diem, og regler for bruk av diem se diemlæren.

2 Dei 6 regneartene

I de følgende delkpaittel skal vi se på helhetlige fremgangsmåter for å regne; tillegging, fratrekking, ganging og deling, med de ulike tallordenene; opphavstall, mengdetall og stikktall.

2.1 Tillegging

Det å tillegge er det å legge noe til noe annet. Tillegging er derfor det å tillegge som en enhet. Det å tillegge er det motsette av det å fratrekke. I denne regnelæren skal vi se på hva det å tillegge er for mengder - det å regne ved tillegging. Tillegging kan vi óg omtale som økning.

Regel for tillegging
a+b=c, der c er utfallig.

Tillegger
Vi kaller b i regelen for tillegging for tillegger. Det er tilleggeren som tillegger a noe.

Tillegging ved mottall
Dersom ett av de to tallene som skal tillegges er mottallig, må vi av og til endre på de før vi regner ut utfallet. Til dømes dersom tallene er a + - b, der b er et mottall, endrer vi de til a-b, som gir oss en fratrekking i stedet for tillegging. Vi ser i listen under de ulike endringer vi kan utføre på de to tallene alt etter om de er medtallige eller mottalige:

Tilfelle	Vilkår	=
a+b		a+b
a+-b	a≥b	(a-b)
a+-b	a<b	-(b-a)
-a+b	a≥b	-(a-b)
-a+b	a<b	(b-a)
-a+-b		-(a+b)

Tabell 1

Vi ser av listene at det kun er to av de syv ulike tilfellene vi regner ut som en tillegging - de øvrige fem regnes ut ved hjelp av fratrekking. Dette er svært viktig - foruten vi holder tilsyn med disse ulike tilfellene vil vi kunne møte på umulig regning; dersom vi til dømes bruker tilfelle 5 i listen, og skal først skrive det mottalige tallet a, og deretter legge til det medtallige tallet b - så vil vi ikke få det til, fordi vi da måtte underveis i tilleggingen trekke a fra b. Det vi heller skal gjøre som vi ser av listen, er å endre -a + b om til en fratrekking. I fire av de seks tilfellene, skiller vi mellom a ≥ b og a < b fordi vi da får tilsyn med de tilfellene som etter regning blir mottalige; til dømes som a + -b når a < b, får et utfall som er mottalig. Døme:

$2 + -3 = c$

som gir

$-(3 - 2) = c$

Vi ser at vi skal utføre ei fratrekking, og vi ser óg at utfallet blir mottalig da 2 < 3.

Tillegging ved null
Er ett eller begge tallene i tilleggingen lik 0, kan vi ved hjelp av den følgende listen finne svaret foruten regning:

Tilfelle	Vilkår	Samme som:	=
0+b ∨ -0+b	b>0		b
0+-b ∨ -0+-b	b>0	0-b ∨ -0-b	-b
a+0 ∨ a+-0	a>0	a+0 ∨ a-0	a
-a+0 ∨ -a+-0	a>0	-a+0 ∨ -a-0	-a
0+0 ∨ 0+-0		0+0 ∨ 0-0	0
-0+-0 ∨ -0+0		-(0-0) ∨ -(0+0)	-0 ∨ 0*

Tabell 2
*Det er valgfritt om vi skriver -0 eller 0.

Ved hjelp av å bruke oversikten over de ulike tilfellene ved mottall, og ved null, som et tillegg til regelen for tillegging, kan vi forberede oss til regningen - av og til utføre en fratrekking i stedet for tillegging, og av og til unngå regning dersom vi ser at utfallet er gitt av et av tilfellene ved null. Vi går frem ved å først endre diemet ut fra tilfellene ved mottall, og deretter ut fra tilfellene ved null. Døme:

-a+-0

som gir

-a-0

som gir

-a

2.1.1 Tillegging ved opphavstall
Fremgangsmåte:
1. Skriv opphavstallene i et diem med tilleggingstegn seg imellom.
2. Fjern tilleggingstegnet imellom de to opphavstallene i regelen for tillegging.
3. Skriv utfallet etter likhetstegnet.

Døme på tillegging ved opphavstall:

IIIIII + IIII = IIIIIIIIII

Her kan det nevnes at når vi skriver opphavstall med regnetegn, vet vi av mengdelæren at hvert enkelttall i opphavstall skrives med tilleggingstegn seg imellom - og derfor når vi legger to opphavstall til hverandre ligger fremdeles tilleggingstegnet mellom to enkelttall i opphavstallet.

2.1.2 Tillegging ved mengdetall
Fremgangsmåte:

1. Skriv de to mengdetallene i et diem med tilleggingstegn seg imellom.
2. Oversett de to mengdetallene til opphavstall.
3. Legg sammen opphavstallene.
4. Oversett utfallet tilbake til mengdetall.
5. Skriv mengdetallet som utfall i diemet.

Vi bruker den følgende liste over opphavstall og mengdetall for å oversette imellom de:

Opphavstall	Mengdetall
IIIIIIIIIIIIIIIIII	T
IIIIIIIIIIIIIIIII	H
IIIIIIIIIIIIIIII	G
IIIIIIIIIIIIIII	F
IIIIIIIIIIIIII	E
IIIIIIIIIIIII	D
IIIIIIIIIIII	C
IIIIIIIIIII	B
IIIIIIIIII	A
IIIIIIIII	9
IIIIIIII	8
IIIIIII	7
IIIIII	6
IIIII	5
IIII	4
III	3
II	2
I	1
0	0

Tabell 3

Døme på tillegging ved mengdetall:

6 + 4 = IIIII + IIII = IIIIIIIII = A

Snarvei ved tillegging av mengdetallene
Når mengdene til mengdetallene er blitt kjent for de som skal regne, vil det å unngå oversettingen til opphavstall ofte være mulig.

2.1.3 Tillegging ved stikktall
Når vi skal legge sammen to stikktall må vi ta hensyn til om de er vekslebare eller ikke. Vi har derfor fire ulike måter å legge sammen stikktall på, én måte for uvekslebar tallmengde og tre måter for vekslebar tallmengde. Vi skal i det følgende se hvordan vi legger sammen to stikktall i de fire ulike måtene.

Tillegging ved stikktall med uvekslebar tallmengde
Å legge sammen to stikktall med uvekslebar tallmengde, er tilsvarende som å legge sammen mengdetall i hver art for seg. Vi begynner med størstearten, og fortsetter med minkende art inntil minstearten. Døme:

1234 + 473 = 16A7

Tillegging ved stikktall med vekslebar tallmengde
Det er tre måter vi regner på tillegging ved stikktal med vekslebar tallmengde - i den første regner vi kun i diem og bruker artene sine opphøgde grunntall, i den andre regner vi kun i diemet, ved å føre et ettall over de enkelttall som skal øke med 1, og i den tredje deler vi opp diemet ved å sette hvert av tallene oppå hverandre med tilleggingstegnet ved det mellomste tallet og likhetstegnet ved det nederste - en tabell med tre rekker og én søyle. Det er måte 1 som er den viktigste å kunne, da vi kun trenger å bruke diem, samt at vi dette er den mest helhetlige fremgangsmåten for tillegging ved stikktall.

Måte 1 - diem med opphøyde grunntall:
Fremgangsmåte:

1. Skriv stikktallene i et diem med tilleggingstegn seg imellom.
2. Gang hvert enkelttall med sitt opphøyde grunntall.
3. Legg sammen de mengdetallene med samme mengdetal som opphøyer til grunntallene.
4. De mengdetallene som da blir større eller lik valgt grunntall setter vi lik grunntallet tillagt mengdetallet fratrekt grunntallet. Dette regner vi ut fratrekkingen og får to mengdetall som hver ganges med det opphøyde grunntallet. Og vi ser da at vi får to ulike arter som utfall - en større art med et mengdetall lik 1 større når grunntallet ganges inn sammen med det opphøyde grunntallet. Særtilfelle: Dersom mengdetallet er lik grunntallet, kan grunntallet opphøyes med et mengdetall lik 1, og der vi kan gå videre til stikk 5 for å legge sammen opphøyerene i de to opphøyde grunntallene vi da får.
5. Legg sammen de mengdetallene med samme mengdetall som opphøyd til grunntallene dersom stikk 4 har vært gjort. Dersom ett eller flere mengdetall blir større eller lik valgt grunntall må vi tilbake til stikk 4 ein gong til.
6. Vi setter alle tilleggingsdeler i en slik følgeorden at de opphøyde mengdetallene er minkende fra venstre til høyre.
7. Vi fjerner de opphøyde mengdetallene og tilleggingstegnene imellom mengdetallene, og står igjen med utfallet som vekslebart stikktall.

Døme på tillegging ved måte 1 for stikktall:
1234+473=
(1·(A/3))+(2·(A/2))+(3·(A/1))+(4·(A/0))+(4·(A/2))+(7·(A/1))+(3·(A/0))=
(1·(A/3))+(3·(A/1))+(4·(A/0))+(7·(A/1))+(3·(A/0))+((2+4)·(A/2))=
(1·(A/3))+(3·(A/1))+(4·(A/0))+(7·(A/1))+(3·(A/0))+(6·(A/2))=
(1·(A/3))+(4·(A/0))+(3·(A/0))+(6·(A/2))+((3+7)·(A/1))=
(1·(A/3))+(4·(A/0))+(3·(A/0))+(6·(A/2))+(A·(A/1))=
(1·(A/3))+(6·(A/2))+(A·(A/1))+((4+3)·(A/0))=
(1·(A/3))+(6·(A/2))+(A·(A/1))+(7·(A/0))=
(1·(A/3))+(6·(A/2))+(7·(A/0))+((A+(A-A))·(A/1)))=
(1·(A/3))+(6·(A/2))+(7·(A/0))+((A+0)·(A/1)))=
(1·(A/3))+(6·(A/2))+(7·(A/0))+(A·(A/1))+(0·(A/1))=
(1·(A/3))+(6·(A/2))+(7·(A/0))+((A/1)·(A/1))+(0·(A/1))=
(1·(A/3))+(6·(A/2))+(7·(A/0))+(A/(1+1))+(0·(A/1))=
(1·(A/3))+(6·(A/2))+(7·(A/0))+(1·(A/2))+(0·(A/1))=
(1·(A/3))+(7·(A/0))+(0·(A/1))+((6+1)·(A/2))=
(1·(A/3))+(7·(A/0))+(0·(A/1))+(7·(A/2))=

(1·(A/3))+(7·(A/2))+(0·(A/1))+(7·(A/0))=
1707

Måte 2 - diem med ettall over arter:
Denne er noe enklere enn måte 3 da vi slipper å dele opp diemet, og skrive tallene på en annerledes måte - men, på grunn av at utfallet må skrives etter at vi har regnet ut alle artene - på grunn av at om vi ikke gjør det ofte vil kunne begynne å skrive minstearten i utfallet som stikktall for nært likhetstegnet slik at vi kanskje må viske ut eller på annen måte fjerne de enkelttall som er skrevet dersom det ikke er flate nok til alle, må vi utføre regningen i to omganger.

Fremgangsmåte:
1. Skriv de to tallene i et diem med tilleggingstegn seg imellom.
2. Finn ut om noen arter skal økes med 1 ved å legge sammen mengdetallene for hver art for seg fra minsteart til størsteart, og deretter skriver utfallet fra størsteart til minsteart.
3. Valfritt kan vi føre delregningen av hver art under diemet dersom tilleggingen for hver art ikke er skrevet - da bruker vi fratrekking for mengdetall - se fratrekkingen for mengdetall for mer om dette. Vi fører et ettall over artene til det tallet som har størst art - dersom de begge har like stor størsteart fører vi ettall over det første tallet.

Døme på tillegging av stikktall ved måte 2 - der vi skriver regning av hver art under diemet i egne diem:

  1
1234 + 473 = 1707
4 + 3 = 7
3 + 7 = A som gir A - A = 0
1 + 2 + 4 = 7

For ordenen sin skyld tar vi med det samme døme der vi ikke skriver de valgfrie regningene av hver art under diemet:

  1
1234 + 473 = 1707

Måte 3 - tabell:
Denne er noe mer omstendelig, men likevel går selve regningen raskere, da vi samtidig når vi finner ut hva for arter som skal økes med 1, kan skrive utfallet.

Fremgangsmåte:
1. Skriv de to tallene i et diem med tilleggingstegn seg imellom.
2. Del opp diemet og dett det første tallet for seg selv på en rekke under det første tallet slik at hver art i det andre tallet står like under samme art i tallet over.
3. Begynne med minstearten, regn på samme måte som i måte 2, der vi regner ut hver art for seg ved å begynne med den minste. På samme måte som ved måte 2, er det valfritt å føre regningene av hver art for seg, samt i tilfelle regningen av en art gir større eller lik mengde enn grunntallet fratrekkingen av grunntallet til den mengden.
4. Til slutt skrives utfallet inn i diemet igjen.

Døme på tillegging ved stikktall ved måte 3 - der vi skriver regning av hver art under diemet i egne diem:

1234 + 473 = 1707

   1
  1234
+   473
= 1707
4 + 3 = 7
3 + 7 = A som gir A - A = 0
1 + 2 + 4 = 7

For ordenen sin skyld tar vi med det samme døme der vi ikke skriver de valgfrie regningene av hver art under utregningen:

1234 + 473 = 1707

   1
  1234
+   473
= 1707

Som vi ser av dømene, kan vi tegne linjer imellom den andre og den tredje rekken. Valgfritt kan óg bruke to streker i stedet for, under den tredje rekken.

Snarvei ved tillegging av stikktall
Vi legger merke til at det som er valfritt å føre - nettopp regningene av hver art for seg under diemet, i tillegg til det å velge å skrive tillegging av stikktall kun i diem (ikke i tabell), gir klart en svarvei og forenklet skrivemåte. Derfor er det mulig ved både å unngå det valgfrie ogell å velje tillegging for stikktall i diem, å ta noen snarveier ved tillegging av stikktall.

2.2 Fratrekking

Det å fratrekke er det å trekke noe fra noe annet. Fratrekking er derfor det å fratrekke som en enhet. Det å fratrekke er det motsatte av det å tillegge. I denne regnelæren skal vi se på hva det å fratrekke er for mengder - det å regne ved fratrekking. Fratrekking kan vi óg omtale som minking.

Regel for fratrekking
a - b = c, der c er utfallig.

Fratrekker
Vi kaller b i regelen for fratrekking for fratrekker. Det er fratrekkeren som fratrekker a noe.

Fratrekking ved mottall
Ved fratrekking må vi for noen tilfeller endre på de to tallene dersom ett eller to tall er mottalige før vi regner ut utfallet. Til dømes dersom tallene er a - -b, der b er et mottall, endrer vi de til a + b, som gir oss en tillegging i stedet for fratrekking. Vi ser på listen over de ulike endringer vi kan utføre på de to tallene alt etter som de er medtallige eller mottalige:

Tilfelle	Vilkår	=
a-b	a>=b	a-b
a-b	a<b	-(b-a)
a--b		a+b
-a-b		-(a+b)
-a--b	a>=b	-(a-b)
-a--b	a<b	b-a

Tabell 4

Vi ser av listen at det er kun fire av de seks tilfellene vi regner ut som en fratrekking - de øvrige fem regnes ut ved hjelp av tillegging. Dette er svært viktig - foruten vi holder tilsyn med disse ulike tilfellene vil vi kunne umulig regning; dersom vi til dømes bruker tilfelle 4, ser vi at det å trekke fra a en mottalig mengde gir lite mening - i neste tilfelle kunne vi omtalt det første tallet a som en mottalig mengde, som vi skal trekke fra en annen mindre mottalig mengde, men likevel er dette også en uvanlig måte å tenke på og i tilfelle 4 heller ikke mulig, slik at i begge tilfellene blir de to minketegnene om til et øketegn. Det kan legges til at i tilfelle 5 så endres i tillegg øketegnet til minketegn. I fire av de seks tilfellene, skiller vi mellom $a \geq b$ og $a < b$, får et utfall som er mottallig. Døme:

$-2 - 3 = c$

som gir

$-(2 + 3) = c$

Vi ser at vi skal utføre en tillegging, og vi ser óg at utfallet blir mottalig.

Fratrekking ved null
Er ett eller begge tallene i fratrekkingen lik 0, kan vi ved hjelp av den følgende listen finne svaret foruten regning:

Tilfelle	Vilkår	Samme som:	=
0-b ∨ -0-b	|b|>0		-b
0--b ∨ -0--b	|b|>0	0+b ∨ -0+b	b
a-0 ∨ a--0	|a|>0	a-0 ∨ a+0	a
-a-0 ∨ -a--0	|a|>0	-a-0 ∨ -a+0	-a
0-0 ∨ 0--0		0-0 ∨ 0+0	0
-0--0 ∨ -0-0		-0+0 ∨ -0-0	-0* ∨ 0

Tabell 5

*Det er valgfritt om vi skriver -0 eller 0.

Ved hjelp av å bruke oversikten over de ulike tilfellene ved mottall, og ved null, som et tillegg til regelen for fratrekking, kan vi forberede oss til regningen - av og til utføre en tillegging i stedet for fratrekking, kan vi forberede oss til regningen - av og til utføre en tillegging i stedet for fratrekking, og av og til unngå regning dersom vi ser at utfallet er gitt av et av tilfellene ved null. Vi går frem ved å først endre diemet ut fra tilfellene ved mottall, og deretter ut fra tilfellene ved null. Døme:

-a - 0

som gir

-a

2.2.2 Fratrekking ved opphavstall

Når vi skal fratrekke ved opphavstall må vi først sikre oss at ikke det tall som skal bli trekt fra er mindre enn det tall vi trekker fra med. Oversikta over fratrekking ved mottall viser at dette tyder at vi i to tilfeller må velge to særskilte måter å regne på; 1. når a - b har a < b må vi gjøre dette om til -(b - a), 2. -a - -b må gjøres om til -(a - b). I tillegg kan vi regne ut fratrekkingen på to ulike måter, der den første er noe mer omstendelig, men likevel er den ofte å foretrekke da den kan skrives på én linje, der den andre må skrives på to linjer.

Måte 1:
Fremgangsmåte:

1. Skriv de to opphavstallene i et diem.
2. Stryk ut fra tall a like mange enkelttall som det er i tall b.
3. Skriv de enkelttall som er igjen i tall a som utfall.

Døme på fratrekking av opphavstall ved måte 1:

II~~III~~ - III = II

Måte 2:
Fremgangsmåte:

1. Skriv det andre tallet b under det første tallet, slik at hvert enkelttall i b er like under tilsvarende enkelttall i a - da trenger vi ikke som i måte 1 stryke ut tall i a, fordi vi ser hva enkelttall som skal bli trekt fra a av b.
2. Utfallet kommer av de enkelttall som ikke har enkelttall fra tall b under seg, og som skrives som utfall.

Vi bruker minketegn i den andre rekken, likhetstegn og utfall på første rekke. Det kan ellers nevnes at en svakhet ved denne måten er at dersom tallene har en slik mengde at det ikke er flate nok til å skrive de på én rekke hver, får vi ikke alltid enkelttall like under hverandre mellom a og b - slik at det kan bli vanskeligere å se hvor mange enkelttall utfallet skal ha. Men til dette kan det sies at likevel vil måten være mulig å bruke.

Døme på fratrekking ved opphavstall ved måte 2:

  IIIII = II
- III

1.1.2 Fratrekking ved mengdetall
Fremgangsmåte:

1. Skriv de to tallene i et diem med fratrekkingstegn seg imellom.
2. Oversett de to mengdetallene til opphavstall.
3. Utfør fratrekkingen med opphavstallene.
4. Til slutt oversetter vi opphavstallene tilbake til mengdetall.

Vi brukar listen i tabell 3 over opphavstall og mengdetall for å oversette imellom de.

Døme på fratrekking ved mengdetall:

6 - 4 = II~~IIII~~ - IIII = II = 2

Snarvei ved fratrekking av mengdetall
Når mengdene til mengdetallene er blitt kjent for de som skal regne, vil det å unngå oversettingen til opphavstall ofte være mulig.

2.2.3 Fratrekking ved stikktall

Når vi skal trekke et stikktall fra et annet stikktall kan vi gjøre det i diem og i en tabell. Først må vi finne ut om tall a er større eller lik, eller mindre enn tall b - dette er på grunn av at det er to ulike måter vi da må regne på både i diem og i tabell; når tall a er større eller lik tall b bruker vi minking i en mellomregning, og når tall a er mindre enn tall b bruker vi øking i en mellomregning - dette er på grunn av at vi må få mottalig utfall når tall a er mindre enn tall b og medtallig utfall når tall a er større enn tall b. Dette kommer vi tilbake til i fremgangsmåtene for de to ulike måtene. I tillegg er fremgangsmåtene litt ulike for vekslebar og uvekslebar tallmengde - vi skal derfor se på de to ulike tallmengdene til stikktall hver for seg.

Måte 1 - diem med vekslebar tallmengde:
Fremgangsmåte:

1. Skriv først de to tallene i et diem.
2. Gang hvert enkelttall i de to tallene med tilhørende opphøyd grunntall, og skriv hver av tilleggingsdelene i tall b med fratrekkingstegn ved å fjerne parentesen ikring de.
3. Trekk nå de mottalige mengdetallene fra de medtallige som har opphøyde grunntall med det samme opphøyde mengdetallet.
4. Blir noen arter medtallige når utfallet skal være mottalig, som gjelder når tall a er mindre enn tall b, begynner vi med den minste arten og legger til den arten grunntallet samtidig som vi trekker fra grunntallet fra mengdetallet. Da får vi to arter - en som er medtallig, men har et grunntall opphøyd med et mengdetall 1 større enn det vi hadde - og slik fortsetter vi med neste art som er medtallig inntil vi kun har mottalige arter igjen. På samme måte går vi frem med den minste arten dersom noen arter er mottalige når utfallet skal være medtallig, som gjelder når tall a er større eller lik tall b - der vi i stedet for å legge til grunntallet og trekke fra mengdetallet grunntallet, trekker fra grunntallet og legger til mengdetallet grunntallet. Blir noen opphøyerer like etter stikk 4 går vi tilbake til stikk 3.
5. Til slutt fjerner vi de opphøyde grunntallene, samt alle regnetegn, og skriv utfallet som et stikktall.

Døme på fratrekking ved stikktall ved måte 1 - der tall a er større eller lik tall b:

144-37=
(1·(A/2))+(4·(A/1))+(4·(A/0))-((3·(A/1))+(7·(A/0)))=
(1·(A/2))+(4·(A/1))+(4·(A/0))-(3·(A/1))-(7·(A/0))=
(1·(A/2))+(4·(A/0))-(7·(A/0))+((4-3)·(A/1))=
(1·(A/2))+(4·(A/0))-(7·(A/0))+(1·(A/1))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))+((4-7)·(A/0))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))-(3·(A/0))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))+((-A+(-3+A))·(A/0)))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))+((-A+7)·(A/0)))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))-(A·(A/0))+(7·(A/0))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))-((A/1)·(A/0))+(7·(A/0))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))-(A/(1+0))+(7·(A/0))=
(1·(A/2))+(1·(A/1))-(1·(A/1))+(7·(A/0))=
(1·(A/2))+(7·(A/0))+((1-1)·(A/1))=
(1·(A/2))+(7·(A/0))+(0·(A/1))=
(1·(A/2))+(0·(A/1))+(7·(A/0))=
107

Døme på fratrekking ved stikktall ved måte 1 - der tall a er mindre enn tall b:

37-144=
-(144-37)=
-((1·(A/2))+(4·(A/1))+(4·(A/0))-((3·(A/1))+(7·(A/0))))=
-((1·(A/2))+(4·(A/1))+(4·(A/0))-(3·(A/1))-(7·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(4·(A/0))-(7·(A/0))+((4-3)·(A/1)))=
-((1·(A/2))+(4·(A/0))-(7·(A/0))+(1·(A/1)))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))+((4-7)·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))-(3·(A/0)))=

-((1·(A/2))+(1·(A/1))+((-A+(-3+A))·(A/0))))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))+((-A+7)·(A/0))))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))-(A·(A/0))+(7·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))-((A/1)·(A/0))+(7·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))-(A/(1+0))+(7·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(1·(A/1))-(1·(A/1))+(7·(A/0)))=
-((1·(A/2))+(7·(A/0))+((1-1)·(A/1)))=
-((1·(A/2))+(7·(A/0))+(0·(A/1)))=
-((1·(A/2))+(0·(A/1))+(7·(A/0)))=
-107

Måte 1 - diem med uvekslebar tallmengde:
Vi går frem nøyaktig som for vekslebar tallmengde for stikktall i diem, men dersom vi får noen arter som er medtallige når de skal ha et mottalig utfall eller motsatt, må vi i tillegg sikre at mengden med motsatt fortegn er mindre eller lik når medtallig og større eller lik når mottallig grunntallet som skal motsette mengden. Da skilnaden mellom to mengdetall ved uvekslebar tallmengde kan bli større enn valgt grunntall, må vi ved det tilfellet gange grunntallet med et mengdetall. Vi går frem for å finne det mengdetallet vi skal gange grunntallene med ved å forsøke oss frem fra 1 og økende, ved å skrive egne diem under diemet.

Døme på fratrekking ved stikktall ved måte 1 - der tall a er større eller lik tall b, og valgt grunntall er lik 8:

34 - G =
3 · (8 / 1) + 4 · (8 / 0) - (G · (8 / 0)) =
3 · (8 / 1) + ((4 - G) · (8 / 0)) =
3 · (8 / 1) + (-C · (8 / 0)) =
3 · (8 / 1) + ((-8 · 2) + ((8 · 2) - C) · (8 / 0)) =
3 · (8 / 1) + (-8 · 2) · (8 / 0) + 4 · (8 / 0) =
3 · (8 / 1) - 2 · (8 / 1) + 4 · (8 / 0) =
(3 - 2) · (8 / 1) + 4 · (8 / 0) =
1 · (8 / 1) + 4 · (8 / 0) =
14

(8 · 1) - C = -4
(8 · 2) - C = 4

Døme på fratrekkjing ved stikktall ved måte 1 - der tall a er mindre enn tal b, og valt grunntall er lik 8:

G - 34 =
G · (8 / 0) - (3 · (8 / 1) + 4 · (8 / 0)) =
(G - 4) · (8 / 0) - 3 · (8 / 1) =
C · (8 / 0) - 3 · (8 / 1) =
((8 · 2) + (C - (8 · 2))) · (8 / 0) - 3 · (8 / 1) =
(8 · 2) · (8 / 0) - 4 · (8 / 0) - 3 · (8 / 1) =
2 · (8 / 1) - 4 · (8 / 0) - 3 · (8 / 1) =
(2 - 3) · (8 / 1) - 4 · (8 / 0) =

$-1 \cdot (8 / 1) - 4 \cdot (8 / 0) =$
-14

$C - (8 \cdot 1) = 4$
$C - (8 \cdot 2) = -4$

Vi ser av dømene at vi har forsøkt oss frem for å finne det mengdetallet vi skal gange grunntallene med ved å forsøke oss frem fra 1 og økende. Det kan nevnes at det å regne på uvekslebare tallmengder er svært sjelden, og at vi derfor i de aller fleste forhold vil kun ha trang for et mengdetall lik 1 som alltid gjelder vekslebare tallmengder - og da trenger vi ikke gange grunntallet. Vi har likevel tatt med dømene slik at vi ser hvordan det skal gjøres.

Måte 2 - tabell ved vekslebar tallmengde:
Fremgangsmåte:

1. Skriv først tall a og tall b med fratrekking seg imellom i et diem uten utfall.
2. Skriv tabellen under diemet med et mellomrom de imellom. Tall a skal stå i første rekke i tabellen, tall b i andre rekke med et minketegn fremfor seg, dersom tall a er større eller lik tall b skrives et minketegn først i tredje rekke, dersom tall a er mindre enn tall b kan vi valgfritt skrive et øketegn først i tredje rekke og til slutt et likhetstegn på fjerde rekke. Valfritt kan linjer tegnes mellom den andre rekken og den tredje rekken, samt etter den fjerde rekken.
3. Begynn med minstearten og fortsett art for art inntil størstearten ved å trekke hvert enkelttall i tall b fra tall a. Dersom tall a er større eller lik tall b skal utfallet være medtallig som gir at dersom enkelttallene gir et mottall må det trekkes fra en større art - da skrives et mottalig ettall (vi trenger ikke skrive minketegn fremfor ettallet - da det blant annet óg vil ta for stor flate) over den større arten, og som blir trekt fra når enkelttallene i den arten skal regnes ut. Den større arten er for stikktall med vekslebar tallmengde alltid den første større arten - for uvekslebar tallmengde kan delmengda til et enkelttall i en art være større eller lik valgt grunntall, og derfor større enn den første større arten til enkelttallet - i dette tilfelle begynne med den første større arten, først med delmengde lik 1 og oppover inntil grunntallet om nødvendig - om ikke det gir medtall, fortsett med neste større art på samme måte inntil vi får riktig utfall. Dersom tall a er mindre enn tall b, skal utfallet være mottalig, og i det tilfellet må det trekkes fra den arten som er større ved å først øke den arten ved å øke enkelttallene med 1 - da skrives et ettall over den arten som har blitt øket med et ettall som medtall. Utfallet av regningen av de enkelttallene som må motsettes med tanke på om de er mottalige når skal være medtallige eller medtallige når de skal være mottalige skrives på den tredje rekken, og utfallet på den fjerde. Valgfritt kan vi skrive regningen av hvert enkelttall i egne diem under tabellen.
4. Til slutt når utfallet er funnet, skrives det i diemet.

Døme på fratrekking ved stikktall ved måte 2 - der tall a er større eller lik tall b, og der tallene har vekslebar tallmengde:

144 - 37 = 107

```
   1
  144
-  37
-   3
= 107
```

4 - 7 = - 3 som gir A - 3 = 7
-1 + 4 - 3 = 0
1 - 0 = 1

Døme på fratrekking ved stikktall ved måte 2 - der tall a er mindre enn tall b, og der tallene har vekslebar tallmengde:

37 - 144 = -107

```
    1
    37
-  144
     3
= -107
```

7 - 4 = 3 som gir 3 - A = -7
1 + 3 - 4 = 0
0 - 1 = 1

Vi ser av dømene over at regningene av enkelttallene er tatt med slik at vi enklere kan se hvordan hele fratrekkingen er gjort.

Måte 2 - tabell ved uvekslebar talmengde:
Vi går frem nøyaktig som for vekslebar tallmengde for stikktall i tabell, men dersom vi får nokre arter som er medtallige når de skal ha et mottallig utfall eller motsatt, må vi i tillegg sikre at mengda med motsatt fortegn er mindre eller lik når medtallig og større eller lik når mottallig grunntallet som skal motsette mengden. Da skilnaden mellom to mengdetall ved uvekslebar tallmengde kan bli større enn valgt grunntall, må vi ved det tilfellet gange grunntallet med et mengdetall. Vi går frem for å finne det mengdetallet vi skal gange grunntallene med ved å forsøke oss frem fra 1 og økende, ved å skrive egne diem under tabellen.

Døme på fratrekking ved stikktall ved måte 2 - der tall a er større eller lik tall b, der tallene har uvekslebar tallmengde, og valgt grunntall er lik 8:

34 - G = 14

   2
   34
-   G
-   C
= 14
4 - G = - C som gir
1 · 8 / 1 - C = 8 - C = -4
2 · 8 / 1 - C = 2 · 8 - C = G - C = 4
-2 + 3 = 1

Døme på fratrekking ved stikktall ved måte 2 - der tall a er mindre enn tall b, der tallene har uvekslebar tallmengde, og valgt grunntall er lik 8:

G - 34 = -14

    2
      G
-   34
      C
= -14
G - 4 = C som gir
C - 1 · 8 / 1 = 8 - C = 4
C - 2 · 8 / 1 = 2 · 8 - C = G - C = -4
2 - 3 = -1

Vi ser av dømene at vi har skrevet 2 som mottall over enkelttallet 3 i tall a - dette kommer av at 4 - G = -C har et utfall som trenger å bli fratrekt en delmengde på 2 av den første større arten enn minstearten for å bli medtallig. Det kan nevnes at det er sjelden vi skulle få bruk for fratrekking med en uvekslebar tallmengde for stikktall, men likevel har vi tatt med dømene slik at vi får lært hvordan vi skal gå frem.

2.3 Ganging

Å gange er i regnelæren det å legge en mengde til seg selv en mengde ganger. Ganging er det å gange som en enhet. Å gange er en motsetning til det å dele. Vi har to regler for ganging; én som kun gjelder heltall, og én som gjelder både heltall og deltall. Det er den regelen som kun gjelder når det ene tallet i gangingen er et heltall som gir oss den beste forklaring på hva det å gange er - der vi ser at vi får tillagt det første tallet i gangingen til seg selv like mange ganger som det andre tallet.

Regel for ganging ved heltall
a · b = aˈ1 + aˈ2 + ... + aˈb = c, der b er heltall og c er utfallig.

Regel for ganging
a · b = c, der c er utfallig.

Ganger
Vi kaller b i regelen for ganging for ganger. Det er gangeren som ganger a.

Ganging ved mottal
Ved ganging må vi for noen tilfeller endre på de to tallene dersom ett eller to tall er mottalige før vi regner ut utfallet. Til dømes dersom tallene er -a·b, der b er et mottal, endrer vi de til -(a·b), som gir oss to medtall i stedet for et mottall og et medtall. Vi ser på listen over de ulike endringer vi kan utføre på de to tallene alt etter som de er medtallige eller mottalige:

Tilfelle	Vilkår	Samme som:
a·b		a·b
-a·b		-(a·b)
a·-b		-(a·b)
-a·-b		a·b

Tabell 6

Vi ser av listen at to av tilfellene skal ha mottalig utfall - vi ganger først og endrer fortegn etterpå. Døme:

-2 · 3 = -(2·3) = -(6) = -6

Ganging ved null
Er ett eller begge tallene i gangingen lik 0, kan vi ved hjelp av den følgende listen finne svaret foruten regning:

Tilfelle	Vilkår	=
c ∨ -0·-b	|b|>0	0
-0·b ∨ 0·-b	|b|>0	-0 ∨ 0
a·0 ∨ -a·-0	|a|>0	0
a·-0 ∨ -a·0	|a|>0	-0 ∨ 0
0·0 ∨ -0·-0		0
0·-0 ∨ -0·0		-0 ∨ 0

Tabell 7

Ved jelp av å bruke oversikten over de ulike tilfellene ved null, som et tillegg til regelen for gonging, kan vi unngå regning ved å vite at alle ulike tilfeller når et eller to tall i gangingen er lik null skal ha et utfall lik 0. I tillegg kan vi skille mellom utfall lik -0 og 0 ved hjelp av listen. Døme:

$0 \cdot 2 = 0$

2.3.1 Ganging ved opphavstall

Ganging ved opphavstall kan gjøres på to ulike måtar; én ved hjelp av å fylle igjen en firkant der vi bruker de to tallene som ganges som sider, og én der vi bruker regelen for ganging ved heltall.

Måte 1 - med en firkant:
Fremgangsmåte:
1. Skriv først de to opphavstallene i et diem foruten utfall.
2. Sett de to opphavstallene sammen i hver sin retning vinkelrett på hverandre.
3. Fyll i med opphavstall inntil vi får en firkant.
4. Til slutt tell opp alle opphavstallene i firkanten og skriv utfallet i diemet.

Døme på ganging ved opphavstall ved måte 1:

IIIIIIIII · IIIII = IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII

IIIIIIIII
IIIIIIIII
IIIIIIIII
IIIIIIIII

For å vise litt tydeligere hvordan vi går frem når vi setter de to opphavstallene sammen i hver sin retning vinkelrett på hverandre, og deretter fyller i med opphavstall inntil vi får en firkant tar vi med den følgende forklaringen:

Opphavstall blir satt sammen vinkelrett på hverandre:
IIIIIIIII
I
I
I

Vi fyller igjen med opphavstall inntil vi får en firkant:
IIIIIIIII
IIIIIIIII
IIIIIIIII
IIIIIIIII

Måte 2 - ved regelen for ganging ved heltall:
Bruker vi regelen for ganging ved heltall kan vi skrive hele gangingen i et diem.

Fremgangsmåte:
1. Skriv først de to tallene med gangetegn seg imellom.
2. Skriv det første tallet i gangingen like mange ganger som mengden til det andre tallet.
3. Til slutt skriv utfallet ved å fjerne tilleggingstegnene mellom opphavstallene.

Døme på ganging ved opphavstall ved måte 2:

IIIIIIIII · IIII = IIIIIIIII + IIIIIIIII + IIIIIIIII + IIIIIIIII = IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII

Da opphavstall alltid er heltallige kan vi valgfritt bruke måte 1 og måte 2. Vi ser at måte 1 gir oss en form som forklaring på kva ganging er for noe.

2.3.2 Ganging ved mengdetall
Ganging ved mengdetlal kan gjøres på to ulike måter; én ved hjelp av å fylle igjen en firkant der vi bruker de to tallene oversatt til opphavstall, og én der vi bruker regelen for ganging ved heltall. I begge de to måtene oversetter vi først til opphavstall.

Måte 1 - ganging av opphavstall:
Feamgangsmåte:
1. Skriv mengdetallene først i et diem med gongeteikn seg imellom.
2. Oversett de til opphavstall.
3. Gang opphavstallene.
4. Til slutt etter å ha telt opphavstallene fra utregning oversett det tilbake til mengdetall. Bruk tabell 3 til å oversette mellom mengdetall og opphavstall.

Ellers kan vi valgfritt føre utregningen av opphavstallene under diemet for seg selv.

Døme på ganging ved mengdetall ved måte 1:

3 · 3 = III · III = IIIIIIIII = 9

III
III
III

Måte 2 - regel for ganging ved heltall:
Fremgangsmåte:
1. Skriv mengdetallene først i et diem med gangetegn seg imellom.
2. Bruk regelen for ganging ved heltall og oversett mengdetallene til opphavstall.
3. Legg opphavstallene til hverandre.
4. Til slutt skriv utfallet som mengdetall.

Døme på ganging ved mengdetall ved måte 2:

3 · 3 = 3 + 3 + 3 = III + III + III = IIIIIIIII = 9

2.3.3 Ganging ved stikktall
Vi har to måter vi ganger stikktall: Måte 1 gjør vi kun i diem, og måte 2 gjør vi med en tabell.

Måte 1 - diem:
Fremgangsmåte:
1. Skriv først de to tallene i et diem med gangetegn seg imellom.
2. Gang hvert mengdetall i stikktallene med sine opphøyde grunntall.
3. Gang alle mengdetallene med sine opphøyde grunntall til hvert stikktall med hverandre og alle de opphøyde mengdetallene som ganges med hverandre skriver vi alltid som stikktall, opphøyerene skriver vi som stikktall dersom mengden er større enn det største mengdetallet, ellers skriver vi de som mengdetall.
4. Dersom ganging av noen mengdetall gir et stikktall med to mengdetall som enkelttall endrer vi dette til mengdetall som opphøyde grunntall ved hjelp av regelen for stikktall.
5. Legg sammen de mengdetall som er ganget med samme opphøyde grunntall. Dersom noen tillegginger gir mengdetall større eller lik grunntallet, går vi tilbake til stikk 4.
6. Sett alle de tilleggingsdeler vi no har i diemet som er deldiem med et mengdetall ganget med opphøyde grunntall i minkende følgeorden når vi ser til hva grunntallet er opphøyet i.
7. Til slutt fjern de opphøyde grunntallene og skriv utfallet som et stikktall. Vi må huske å sette et stikk til høyre for enkelttallet for grunnarten dersom det er deltal med i stikktallet.

Døme på ganging ved stikktall:

50·53=
((5·(A/1))+(0·(A/0)))·((5·(A/1))+(3·(A/0)))=
(5·5·(A/1)·(A/1))+(5·3·(A/1)·(A/0))+(0·5·(A/0)·(A/1))+(0·3·(A/0)·(A/0))=
(5·3·(A/1)·(A/0))+(0·5·(A/0)·(A/1))+(0·3·(A/0)·(A/0))+(25·(A/1)·(A/1))=
(5·3·(A/1)·(A/0))+(0·5·(A/0)·(A/1))+(0·3·(A/0)·(A/0))+(25·(A/(1+1)))=
(5·3·(A/1)·(A/0))+(0·5·(A/0)·(A/1))+(0·3·(A/0)·(A/0))+(25·(A/2))=
(0·5·(A/0)·(A/1))+(0·3·(A/0)·(A/0))+(25·(A/2))+(15·(A/1)·(A/0))=
(0·5·(A/0)·(A/1))+(0·3·(A/0)·(A/0))+(25·(A/2))+(15·(A/(1+0)))=
(0·5·(A/0)·(A/1))+(0·3·(A/0)·(A/0))+(25·(A/2))+(15·(A/1))=
(0·3·(A/0)·(A/0))+(25·(A/2))+(15·(A/1))+(0·(A/0)·(A/1))=
(0·3·(A/0)·(A/0))+(25·(A/2))+(15·(A/1))+(0·(A/(0+1)))=
(0·3·(A/0)·(A/0))+(25·(A/2))+(15·(A/1))+(0·(A/1))=
(25·(A/2))+(15·(A/1))+(0·(A/1))+(0·(A/0)·(A/0))=
(25·(A/2))+(15·(A/1))+(0·(A/1))+(0·(A/(0+0)))=
(25·(A/2))+(15·(A/1))+(0·(A/1))+(0·(A/0))=
(15·(A/1))+(0·(A/1))+(0·(A/0))+(((2·(A/1))+(5·(A/0)))·(A/2))=
(15·(A/1))+(0·(A/1))+(0·(A/0))+(2·(A/1)·(A/2))+(5·(A/0)·(A/2))=
(15·(A/1))+(0·(A/1))+(0·(A/0))+(5·(A/0)·(A/2))+(2·(A/(1+2))=
(15·(A/1))+(0·(A/1))+(0·(A/0))+(5·(A/0)·(A/2))+(2·(A/3))=
(15·(A/1))+(0·(A/1))+(0·(A/0))+(2·(A/3))+(5·(A/(0+2))=
(15·(A/1))+(0·(A/1))+(0·(A/0))+(2·(A/3))+(5·(A/2))=
(0·(A/1))+(0·(A/0))+(2·(A/3))+(5·(A/2))+(((1·(A/1))+(5·(A/0)))·(A/1))=
(0·(A/1))+(0·(A/0))+(2·(A/3))+(5·(A/2))+(1·(A/1)·(A/1))+(5·(A/0)·(A/1))=
(0·(A/1))+(0·(A/0))+(2·(A/3))+(5·(A/2))+(5·(A/0)·(A/1))+(1·(A/(1+1))=
(0·(A/1))+(0·(A/0))+(2·(A/3))+(5·(A/2))+(5·(A/0)·(A/1))+(1·(A/2))=

$(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(1\cdot(A/2))+(5\cdot(A/(0+1))=$
$(0\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(1\cdot(A/2))+(5\cdot(A/1))=$
$(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(1\cdot(A/2))+((0+5)\cdot(A/1))=$
$(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/2))+(1\cdot(A/2))+(5\cdot(A/1))=$
$(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/1))+((5+1)\cdot(A/2))=$
$(0\cdot(A/0))+(2\cdot(A/3))+(5\cdot(A/1))+(6\cdot(A/2))=$
$(2\cdot(A/3))+(6\cdot(A/2))+(5\cdot(A/1))+(0\cdot(A/0))=$
2650

Vi ser av dømet over at vi har lagt til enkelttallet 0 - dersom ikke grunnarten eller en eller flere arter mellom størstearten og minstearten er med, må vi skrive mengdetallet 0 for de arter.

Måte 2 - tabell:
Fremgangsmåte:

1. Skriv de to tallene i et diem med gangetegnet seg imellom.
2. Gang hvert enkelttall i tall b med hvert enkelttall i tall a, ved å først begynne med å gange artene i tall b fra minsteart til størsteart med tall a sin minsteart. Deretter fortsett tilsvarende art for art i tall a.
3. Om sted for skriving av utfallene til hver enkelt ganging av enkelttallene: Vi setter utfallet under det det første tallet a i gangingen sin grunnart, slik at utfallet alltid har grunnart i samme sted som det første tallet a sin grunnart. Ser vi til arten til enkelttallene som ganges med sine opphøyde grunntall, skal utfallet av hver ganging av enkelttallene flyttes like mange enkelttall mot venstre når opphøyeren er medtallig som medtallet selv, og like mange enkelttall mot høyre når opphøyeren er mottalig som mottallet selv - og dette gjøres for hver av enkelttallene i gangingen. Da vi begynner med å gange minsteartene, og fortsetter ved å gange alle artene i tall b med artene i tall a slik at artene i tall a ganges økende fra minstearten til størstearten én gang, så skrives det ett utfall for hver art i tall a, der vi skriver ett og ett enkelttall, art, i utfallet inntil størstearten ganges - da kan det skrives to enkelttall, artar, om delutfallet har det. Dersom gangingen av enkelttallene gir to enkelttall som utfall, og det ikke er den siste gangingen for gjeldende art i tall a, skrives det et ettall over den art som det første enkelttallet har i tall a - og denne eneren legges til utfallet ved gangingen av neste enkelttall i tall b. Dette ettallet skrives alltid på samme linje, og det er linjen over diemet.
4. Når gangingen er ferdig, legger vi sammen utfallene under diemet. Her kan vi valgfritt sette strek under det siste utfallet fra gangingen og skrive et tilleggingstegn til venstre for det utfallet, og slik som ved tillegging i tabell skrive utfallet av tilleggingen under utfallene av gangingen, deretter skrives utfallet fra tilleggingen i diemet - det er óg mulig å skrive utfallet fra tilleggingen inn i diemet foruten å skrive utfallet under utfallene ved gangingen. Dersom en velger å legge sammen de ulike utfallene fra gangingen som ved tillegging i tabell, skrives det første utfallet fra gangingen på den andre linjen under diemet - da er det flate nok til å skrive ettallene som skal legges til større arter når tilleggingen av to enkelttall gir større eller lik utfall enn grunntallet.

Døme:

$$\begin{array}{l} \ \ 1 \\ \quad 51 \cdot 53 = 2703 \\ \ \ 1 \\ \quad 53 \\ +2750 \\ =2703 \end{array}$$

2.4 Deling

Å dele er å gjøre noe helt om til flere like deler. I regnelæren er det å dele det å fratrekke en mengde med en mengde en mengde ganger. Å dele er en motsetning til det å gange. Deling er det å dele som en enhet. Vi har to regler for deling; én som kun gjelder heltall, og én som gjelder både heltall og deltall. Det er den regelen som kun gjelder når det ene tallet i delingen er et heltall som gir oss den beste forklaringen på hva det å dele er - der vi ser at vi får fratrekt det første tallet i delingen mengden til utfallet like mange ganger som det andre tallet fratrekt 1 - men vi bruker den sjelden da det å bruke den til å regne med vanligvis krevet tilnærming på flere virkerer. Ellers kan det nevnes at regelen for deling bruker vi på litt ulike måter for hver tallorden, og dette blir vi kjent med i delkapittelene for hver tallorden for seg, der regelen for deling er tilpasset den gitte tallorden.

Regel for deling
a : b = c, der c er utfallig.

Regel for deling ved heltall
$a : b = a - c^{I}b - c^{I}(b-1) ... - c^{I}2 = c^{I}1$, der b er heltall og c er utfallig.

Det er viktig å merke seg at når vi deler noe, deler vi noe i flere like deler og setter én av disse delene som utfall - da får vi vite mengden til hver av delene. Vanligvis vil jo en deling kunne skje foruten at vi setter hver av delene fra hverandre , slik at vi har igjen en mengde som er like stor som før delingen. Ser vi til regelen for deling ved heltall blir skilnaden mellom dette klart ved at vi trekker alle delene foruten én fra den mengden vi deler, og står nettopp igjen med én av delene. Endrer vi på regelen for deling ved heltall slik at vi setter alle delene c over på den ene siden, og a på den andre, ser vi at vi har to like store mengder, der den ene er delt og den andre er hel (se det påfølgende dømet). Dette vil vi utenfor regnelæren i vanlig deling ofte være fornøyde med når vi deler noe - men i regnelæren er det altså viktig å merke seg at formålet er å finne mengden til hver del, slik at vi setter én av delene for seg selv for å finne mengden. Her kan det nevnes at skulle vi til dømes tilnærme oss mengden til utfallet ved hjelp av veiing, ville vi etter deling av noe satt kun den ene delen for seg selv på vekten før tilnærming.

$a = c^{I}1 + c^{I}2 + ... + c^{I}b$

Deler
Vi kaller b i regel for deling for deler. Det er deleren som deler a.

Deling ved mottall
Ved deling må vi for noen tilfeller endre på de to tallene dersom ett eller to tall er mottalige før vi regner ut utfallet. Til dømes dersom tallene er a : -b, der b er et mottall, endrer vi de til -(a : b), som gir oss to medtall i stedet for ett mottall og ett medtall. Vi ser på listen over de ulike endringer vi kan utføre på de to tallene alt ettersom de er medtallige eller mottalige:

Tilfelle	Vilkår	=
a:b	a>b	
a:b	a=b	
a:b	a<b	
-a:b	a>b	-(a:b)
-a:b	a=b	-(a:b)
-a:b	a<b	-(a:b)
a:-b	a>b	-(a:b)
a:-b	a=b	-(a:b)
a:-b	a<b	-(a:b)
-a:-b	a>b	a:b
-a:-b	a=b	a:b
-a:-b	a<b	a:b

Tabell 9

Vi ser av listen at seks av tilfellene skal ha mottalig utfall - vi ganger først og endrer fortegn etterpå. Døme:

-4 : 2 = -(4 : 2) = -(2) = -2

Deling ved null
Er ett eller begge tallene i delingen lik 0, kan vi ved jelp av den følgende listen finne svaret foruten regning:

Tilfelle	Vilkår	=
0:b ∨ -0:-b	|b|>0	0
0:-b ∨ -0:b	|b|>0	-0
a:0 ∨ a:-0	|a|>0	Ingen utfall.
-a:0 ∨ -a:-0	|a|>0	Ingen utfall.
0:0 ∨ -0:-0 ∨ 0:-0 ∨ -0:0		Ingen utfall.

Tabell 10

Ved hjelp av å bruke oversikta over dei ulike tilfellene ved mottal, og ved null, som eit tillegg til regelen for deling, kan vi unngå rekning ved å finne utfallet i tabellen (sjå tabell 10). I tillegg kan vi skilja mellom utfall lik -0 og 0 ved hjelp av lista. Døme:

0:2 = 0

2.4.1 Deling ved opphavstall
Vi ser først på regelen for deling ved opphavstall, og deretter går vi gjennom fremgangsmåten for deling ved opphavstall.

Regel for deling ved opphavstall
a : b = c + (d : e), der a, b, c, d og e er opphavstall, (d : e) er et deltall, om c = 0 kan det valgfritt skrives og om d = 0 kan (d : e) valgfritt skrives.

Framgangsmåte:

1. Skriv fyrst opphavstallene med delingstegnet seg imellom i et diem.
2. Skriv de to opphavstallene i hver sin retning vinkelrett på hverandre fra samme utgangsstikk, og begge med en lengde fra dette på ett tegn, i en form under diemet der første opphavstall skrives i vannrett retning og det andre opphavstallet i loddrett retning (ved ganging skriver vi de fra det samme utgangsstikk med en lengde på 0 fra utgangstikket slik at det første enkelttallet i begge opphavstallene blir det samme).
3. Skriv for hvert av enkelttallene i det loddrette opphavstallet et opphavstall mellom de to opphavstallene for hvert av opphavstallene til det vannrette opphavstallet. Det gjøres ved å for det første opphavstallet gjentagende skrive artstallet I fra første til siste enkelttall, og i det andre opphavstallet én gang fra første til siste enkelttall.
4. Valgfritt kan nå en egen form tegnes under den første formen der alle artstallene oin som ble skrevet mellom de to opphavstallene flyttes til venstre i formen inntil det opphavstallet står loddrett.
5. Tell hvor mange hele søyler vi har (enklere ved å utføre stikk 4), eller da mengde gjentaginger for det første opphavstallet som blir heltallet i utfallet og deretter hvor mange opphavstall som ikke ble en helhetlig syøle eller den mengden det lodrette opphavstallet har.
6. Til slutt skriv utfallet i diemet. Utfallet skrives som heltall og deltall med tilleggingstegn seg imellom dersom der er heltall - foruten skriver vi det som en deling, og da som et deltall. Vi ser at formålet med deling ved opphavstall kan sies er å skille heltallet ut fra delingen. Døme:

IIIIIIIIIII : III = III + (II : III)

```
 IIIIIIIIIII
II  I  I  I
I I  I  I  I
I  I  I  I
```

```
 IIIIIIIIIII
IIIII
IIIII
IIII
```

2.4.2 Deling ved mengdetall

Vi ser først på regelen for deling ved mengdetall, og deretter går vi gjennom gremgangsmåten for deling ved mengdetall.

Regel for deling ved mengdetall

a : b = c + (d : e), der a, b, c, d og e er mengdetall, (d : e) er et deltall, om c = 0 kan det valgfritt skrives og om d = 0 kan (d : e) valfritt skrives.

Fremgangsmåte:

1. Skriver vi de to mengdetallene i et diem med delingstegn seg imellom.
2. Oversett de til opphavstall (vi bruker tabell 3 i oversetting mellom opphavstall og mengdetall).
3. Del opphavstallene.
4. Til slutt skriv utfallet med opphavstall, og oversett opphavstallet tilbake til mengdetall og skriv utfallet med mengdetall. I utfallet må hvert oppavstall for seg oversettes til mengdetall. Døme:

11 : 3 = IIIIIIIIIII : III = III + (II : III) = 3 + (2 : 3)

 IIIIIIIIIII
II I I I
I I I I I
I I I I

 IIIIIIIIIII
IIIII
IIIII
IIII

2.4.3 Deling ved stikktal

Vi ser først på regelen for deling ved stikktall, deretter går vi gjennom fremgangsmåten og ser til slutt på et døme.

Regel for deling ved stikktall

a : b = c + (d : e), der a, b, c, d og e er stikktall, $c = i^{I}1 \cdot g / h + i^{I}2 \cdot g / (h - 1) + ... + i^{I}j \cdot g / (h - j + 1)$, $i^{I}j$ er et enkelttall i c, d er lik $d^{I}j$ og j er valgt mengde arter i c. Tillegg: når c er lik 0 kan c valgfritt unngås og når $d^{I}j$ er lik 0 kan (d : e) valgfritt unngås.

Finne størstearten ved h:

Når a > b:

$a < b \cdot (1 \cdot g / h)$, der g er et grunntall, h er et mengdetall, der vi tilnærmer oss h ved å begynne med h = 1 og øker heltallig inntil $a < b \cdot (1 \cdot g / h)$ og bruker (h - 1) som h videre.

Når a = b:

h = 0.

Når a < b:

$a < b \cdot (1 \cdot g / h)$, der vi tilnærmer oss h ved å begynne med h = -1 og minker heltallig inntil $a \geq b \cdot (1 \cdot g / h)$ og bruker h videre.

Finne c og d:

$d^{I}1 = a - (i^{I}1 \cdot (g / h) \cdot b)$, der vi tilnærmer oss i ved å begynne med $i^{I}1 = 1$ og øker heltallig inntil $d^{I}1 < 0$ og bruker $(i^{I}1 - 1)$ som $i^{I}1$ videre.

$d^{I}2 = d^{I}1 - (i^{I}2 \cdot (g / (h - 1)) \cdot b) = d^{I}1 - (i^{I}2 \cdot f^{I}2 \cdot b)$

...

$d^{I}j = d^{I}(j - 1) - (i^{I}j \cdot (g / (h - j + 1) \cdot b) = d^{I}(j - 1) - (i^{I}j \cdot f^{I}j \cdot b)$, der vi tilnærmer oss i ved å begynne med $i^{I}j = 1$ og øker heltallig inntil $d^{I}j < 0$ og bruker $(i^{I}j - 1)$ som $i^{I}j$ videre.

Merknad til regel for deling om stikktall: Når vi skal regne ut b · f og/eller $i^{I}j$ · $f^{I}j$ · b bruker vi mengdetallene ganget med artstallene som stikktall med én art - vi kan da regne ut ved hjelp av ganging ved stikktall.

Framgangsmåte:

1. Skriv først de to stikktallene i et diem med delingstegnet seg imellom.
2. Finn størstearten til stikktallet c. Utregningen kan valgfritt skrives under diemet i et eget diem.
3. Velg mengde arter j til c. Valgfritt kan det skrives i et eget diem under diemet hvilken j som er valgt.
4. Finn c og d. Utregningen av hver $i^{I}j$ og $d^{I}(j - 1)$ kan valgfritt skrives under diemet i egne diem.
5. Skriv utfallet når alle $i^{I}j$ er funnet.

Døme:

11 : 3 = 3.66 + (0.02 : 3) = 3.66 + (1 : 150)

a > b som gir 11 < 3 · (1 · A / 1) som gir h = 1 - 1 = 0

Velg mengde arter j = 3.

$d^{I}1$ = 11 - (3 · (A / 0) · 3 = 2

$d^{I}2$ = 2 - (6 · (A / -1) · 3 = 0.2

$d^{I}3$ = 0.2 - (6 · (A / -2) · 3 = 0.02

Vi ser av dømet at vi i tillegg har lagt til et utfall der delingen er forenklet ved å gjøre om delingen til heltall og deretter forkortet tallene i delingen. Se delkapittel om andre regler for deling for hvordan fremgangsmåten for dette er.

Måte 2 - tabell:

Fremgangsmåte:

1. Vi skriver de to tallene i et diem med deletegnet seg imellom.
2. Vi finner størstearten som tall b skal ganges med for etterpå å gange tall b ganget med størstearten og igjen gange med heltall fra 1 og oppover til 9 inntil den mengden sammen blir den største som kan fratrekkes tall a foruten at utfallet blir mottalig. Størstearten finner vi ved å gange tall b med artstall fra en valgt minsteart og oppover, og fratrekk tall b ganget med artstallet inntil vi finner størstearten. Størstearten finner vi altså når tall b er ganget med artstallet blir den største mengden tall a kan fratrekkes med foruten å bli mottalig.
3. Vi ganger tall b med størstearten og heltall fra 1 og oppover til 9, inntil vi finner den største mengden som kan fratrekkes tall a foruten at tall a blir mottalig. Når rett heltall er funnet skriver vi det i utfallet som et enkelttall. Heltallet skal skrives som samme art som størstearten. Dersom stikk 3 blir gjentatt fra et senere stikk byttes størstearten med en gitt mindre art.

4. Mengden tall b ganget med arten fra stikk 3 ganget med heltallet fra stikk 3 fratrekkes tall a. Vi fratrekk ved å bruke fratrekking i tabell som vanlig, der første delingen skjer ved å bruke det første utfallet fra stikk 3 som fratrekker til tall a der i tilfelle det blir nødvendig å skrive tall over det første tallet i delingen ved fratrekking av enkelttall som er større i utfallet fra stikk 3 enn enkelttall i tall a over tall a. Vi skriver utfallet av fratrekkingen én linje under de to tallene som fratrekkes for å få flate til å i tilfelle skrive tall over det første tallet i neste fratrekking ved trang for dette. Ved siste fratrekking kan utfallet fra fratrekkingen skrives foruten et mellomrom på én linje mellom fratrekkeren og utfallet. Tallene i fratrekkingen skrives alltid slik at artene i tallene har samme sted som tilsvarende arter ville hatt for sted i tall a, om de mangler i tall a - om de er i tall a har de det samme stedet. Dersom vi skal finne flere arter i utfallet til delingen går vi tilbake til stikk 3, der vi bruker én art mindre enn i forrige gjentaging. Vi setter strek under alle fratrekkerene, men unngår strek under utfallene. Vi kan valgfritt skrive likhetstegn fremfor utfalle ved fratrekkingen, og vi kan valgfritt skrive den linjen i tabellen ved fratrekking som er til hjelp om enkelttall blir mottalige når de skal være medtallige. I dømene i dette kapitlet er det valgfrie unngått.
5. Til slutt når vi er ferdig med stikk 3 og stikk 4 setter vi strek under utfallet av delingen.

Døme der utfallet er rett:

$$
\begin{array}{l}
\ \ 4509 : 15 = \underline{300.6} \\
\underline{-\ 4500} \\
\\
\qquad 9 \\
\underline{-\qquad 9} \\
\qquad 0
\end{array}
$$

Døme der utfallet er omlaglig:

$$
\begin{array}{l}
\ \ 1 : 3 \approx \underline{0.333} \\
\underline{-\ 0.9} \\
\\
\ \ 0.1 \\
\underline{-\ 0.09} \\
\\
\ \ 0.01 \\
\underline{-\ 0.009} \\
\ \ 0.0001
\end{array}
$$

Teiknliste

Teiknsamlingar:
Gjerningsteikn: +-·:/ \

+ teikn for gjerninga tilleggjing. Lesast i diem: 'tillagt', 'tillagt med', 'auka' eller 'auka med'
- teikn for gjerninga fråtrekkjing. Lesast i diem: 'fråtrekt', 'fråtrekt med', 'minka' eller 'minka med'
· teikn for gjerninga gonging. Lesast i diem: 'gonga' eller 'gonga med'
: teikn for gjerninga deling. Lesast i diem: 'delt' eller 'delt med'
/ teikn for gjerninga opphøgjing. Lesast i diem: 'opphøgt' eller 'opphøgt med'
\ teikn for gjerninga nedhøgjing. Lesast i diem: 'nedhøgt' eller 'nedhøgt med'

Ordliste

Om ordlisten
Ordlisten er inndelt i en bokstavlig og en emnelig orden. Begge inneholder de nøyaktig samme ordene.

Bokstavlig orden:
deler -en, -er, -ene noe eller noen som deler noe. I regnelære: den mengden vi deler en annen mengde med.
dele -er, -te, -t det å gjøre noe helt om til flere deler. I regnelære det å fratrekke en mengde med en mengde en mengde gangar. Motsetning til det å gonge. Har tegnet ':'.
deling -en, -er, -ene det å dele som en enhet. Motsetning til ganging. Har tegnet ':'.
fratrekker -en, -er, -ene noe eller noen som trekker noe fra noe. I regnelære: den mengden vi trekker fra en annen mengde.
fratrekke fratrekker, fratrekte, fratrekt det å trekke noe fra noe annet. Motsetning til det å tillegge. Det samme som det å minke. Har tegnet '-'.
fratrekking -en, -er, -ene det å fratrekke som en enhet. Motsetning til tillegging. Det samme som minking. Har tegnet '-'.
ganger -en, -er, -ene noe eller noen som ganger noe med noe. I regnelære: den mengden vi gangar en annen mengde med.
gange -er, -et, -et det å legge en mengde til seg selv en mengde ganger. Motsetning til det å dele. Har tegnet '·'.
ganging -en, -er, -ene det å gange som en enhet. Motsetning til deling. Har tegnet '·'.
minking -a, -ar, -ane det å minke som en enhet. Motsetning til det å øke. Har tegnet '-'
minke -er, -et, -et gjerning når noe blir trekt fra noe annet. Motsetning til det å øke. Har tegnet '-'
nedhøyer -en, -er, -ene noe eller noen som nedhøyer noe med noe. I regnelære: den mengden vi nedhøyer en annen mengde med.
nedhøye -er, -et, -et det å gange eller dele en mengde lik 1 med en utfallig mengde en mengde ganger. Motsetning til det å opphøye. Har tegnet '\'.
nedhøying -en, -er, -ene det å nedhøye som en enhet. Motsetning til opphøying. Har tegnet '\'.
opphøyer -en, -er, -ene noe eller noen som opphøyer noe med noe. I regnelære: den mengden vi opphøyer en annen mengde med.
opphøye -er, -et, -et det å gange eller dele en mengde lik 1 med en innfallig mengde en mengde ganger. Motsetning til det å nedhøye. Har tegnet '/'.
opphøying -en, -er, -ene det å opphøy som en enhet. Motsetning til nedhøying. Har tegnet '/'.
regne -er, -et, -et gjerning med to eller flere innfallige mengder, med mål om å få én eller flere mengde som utfall (vanligvis tallmengder)
regneart -en, -er, -ene en art av regning. De 6 regneartene er; tillegging, fratrekking, ganging, deling, opphøying og nedhøying.
regning -en, -er, -ene gjerningen å regne som en enhet
tillegger -en, -er, -ene noe eller noen som legger noe til noe. I regnelære: den mengden vi legger til en annen mengde.
tillegge tillegger, tillagte, tillagt det å legge noe til noe annet. Motsetning til det å fratrekke. Det samme som det å øke. Har tegnet '+'.
tillegging -en, -er, -ene det å tillegge som en enhet. Motsetning til fratrekking. Det samme som øking. Har tegnet '+'.
øke -er, -et, -et eller -er, -te, -t gjerning når noe blir lagt til noe annet. Motsetning til det å minke. Har tegnet '+'
øking -a, -er, -ene eller
økning -en, -er, -ene det å øke som en enhet. Motsetning til det å minke. Har tegnet '+'

Emnelig orden:
Gjerninger

deler -en, -er, -ene noe eller noen som deler noe. I regnelære: den mengden vi deler en annen mengde med.
dele -er, -te, -t det å gjøre noe helt om til flere deler. I regnelære det å fratrekke en mengde med en mengde en mengde gangar. Motsetning til det å gonge. Har tegnet ':'.
deling -en, -er, -ene det å dele som en enhet. Motsetning til ganging. Har tegnet ':'.
fratrekker -en, -er, -ene noe eller noen som trekker noe fra noe. I regnelære: den mengden vi trekker fra en annen mengde.
fratrekke fratrekker, fratrekte, fratrekt det å trekke noe fra noe annet. Motsetning til det å tillegge. Det samme som det å minke. Har tegnet '-'.
fratrekking -en, -er, -ene det å fratrekke som en enhet. Motsetning til tillegging. Det samme som minking. Har tegnet '-'.
ganger -en, -er, -ene noe eller noen som ganger noe med noe. I regnelære: den mengden vi gangar en annen mengde med.
gange -er, -et, -et det å legge en mengde til seg selv en mengde ganger. Motsetning til det å dele. Har tegnet '·'.
ganging -en, -er, -ene det å gange som en enhet. Motsetning til deling. Har tegnet '·'.
minking -a, -ar, -ane det å minke som en enhet. Motsetning til det å øke. Har tegnet '-'
minke -er, -et, -et gjerning når noe blir trekt fra noe annet. Motsetning til det å øke. Har tegnet '-'
nedhøyer -en, -er, -ene noe eller noen som nedhøyer noe med noe. I regnelære: den mengden vi nedhøyer en annen mengde med.
nedhøye -er, -et, -et det å gange eller dele en mengde lik 1 med en utfallig mengde en mengde ganger. Motsetning til det å opphøye. Har tegnet '\'.
nedhøying -en, -er, -ene det å nedhøye som en enhet. Motsetning til opphøying. Har tegnet '\'.
opphøyer -en, -er, -ene noe eller noen som opphøyer noe med noe. I regnelære: den mengden vi opphøyer en annen mengde med.
opphøye -er, -et, -et det å gange eller dele en mengde lik 1 med en innfallig mengde en mengde ganger. Motsetning til det å nedhøye. Har tegnet '/'.
opphøying -en, -er, -ene det å opphøy som en enhet. Motsetning til nedhøying. Har tegnet '/'.
tillegger -en, -er, -ene noe eller noen som legger noe til noe. I regnelære: den mengden vi legger til en annen mengde.
tillegge tillegger, tillagte, tillagt det å legge noe til noe annet. Motsetning til det å fratrekke. Det samme som det å øke. Har tegnet '+'.
tillegging -en, -er, -ene det å tillegge som en enhet. Motsetning til fratrekking. Det samme som øking. Har tegnet '+'.
øke -er, -et, -et eller -er, -te, -t gjerning når noe blir lagt til noe annet. Motsetning til det å minke. Har tegnet '+'
øking -a, -er, -ene eller
økning -en, -er, -ene det å øke som en enhet. Motsetning til det å minke. Har tegnet '+'

Regning

regne -er, -et, -et gjerning med to eller flere innfallige mengder, med mål om å få én eller flere mengde som utfall (vanligvis tallmengder)
regneart -en, -er, -ene en art av regning. De 6 regneartene er; tillegging, fratrekking, ganging,
deling, opphøying og nedhøying.
regning -en, -er, -ene gjerningen å regne som en enhet

Regelsamling

Regel for tillegging
a+b=c, der c er utfallig.

Regel for fratrekking
a - b = c, der c er utfallig.

Regel for ganging ved heltall
a · b = $a^{I}1$ + $a^{I}2$ + ... + $a^{I}b$ = c, der b er heltall og c er utfallig.

Regel for ganging
a · b = c, der c er utfallig.

Regel for deling
a : b = c, der c er utfallig.

Regel for deling ved heltall
a : b = a - $c^{I}b$ - $c^{I}(b-1)$ ... - $c^{I}2$ = $c^{I}1$, der b er heltall og c er utfallig.

Regel for deling ved opphavstall
a : b = c + (d : e), der a, b, c, d og e er opphavstall, (d : e) er et deltall, om c = 0 kan det valgfritt skrives og om d = 0 kan (d : e) valgfritt skrives.

Regel for deling ved mengdetall
a : b = c + (d : e), der a, b, c, d og e er mengdetall, (d : e) er et deltall, om c = 0 kan det valgfritt skrives og om d = 0 kan (d : e) valfritt skrives.

Regel for deling ved stikktall
a : b = c + (d : e), der a, b, c, d og e er stikktall, c = $i^{I}1$ · g / h + $i^{I}2$ · g / (h - 1) + ... + $i^{I}j$ · g / (h - j + 1), $i^{I}j$ er et enkelttall i c, d er lik $d^{I}j$ og j er valgt mengde arter i c. Tillegg: når c er lik 0 kan c valgfritt unngås og når $d^{I}j$ er lik 0 kan (d : e) valgfritt unngås.

Finne størstearten ved h:
Når a > b:
a < b · (1 · g / h), der g er et grunntall, h er et mengdetall, der vi tilnærmer oss h ved å begynne med h = 1 og øker heltallig inntil a < b · (1 · g / h) og bruker (h - 1) som h videre.
Når a = b:
h = 0.
Når a < b:
a < b · (1 · g / h), der vi tilnærmer oss h ved å begynne med h = -1 og minker heltallig inntil a ≥ b · (1 · g / h) og bruker h videre.

Finne c og d:
$d^{I}1$ = a - ($i^{I}1$ · (g / h) · b), der vi tilnærmer oss i ved å begynne med $i^{I}1$ = 1 og øker heltallig inntil $d^{I}1$ < 0 og bruker ($i^{I}1$ - 1) som $i^{I}1$ videre.
$d^{I}2$ = $d^{I}1$ - ($i^{I}2$ · (g / (h - 1)) · b) = $d^{I}1$ - ($i^{I}2$ · $f^{I}2$ · b)
...
$d^{I}j$ = $d^{I}(j - 1)$ - ($i^{I}j$ · (g / (h - j + 1) · b) = $d^{I}(j - 1)$ - ($i^{I}j$ · $f^{I}j$ · b), der vi tilnærmer oss i ved å begynne med $i^{I}j$ = 1 og øker heltallig inntil $d^{I}j$ < 0 og bruker ($i^{I}j$ - 1) som $i^{I}j$ videre.

Andre bøker og ebøker gitt ut av forlaget Verda:

Bok ∨ Ebok	Språk
Erenglære	Nynorsk
Erenglære	Bokmål
Kestlære	Nynorsk
Kestlære	Bokmål
Følgjelære	Nynorsk
Følgelære	Bokmål
Diemlære	Nynorsk
Diemlære	Bokmål
Mengdelære	Nynorsk
Mengdelære	Bokmål
Otliste	Nynorsk
Otliste	Bokmål
Gjumlære	Nynorsk
Gjumlære	Bokmål

Disse kan bestilles på nettsiden http://www.verda.no/