Mengdelære

Nynorsk
Tom André Tveit
Verda

Mengdelære

Tom André Tveit

Mengdelære

2. utgåve
Nynorsk

Verda

Tittel: Mengdelære
Forfattar: Tom André Tveit
Redaktør: Tom André Tveit
Forlag: Verda
Stad: Bergen
Utgitt: 2015
Språk: Nynorsk
Utgåve: 2. utgåve
Filformat: .pdf
Storleik: 210 mm · 297 mm (A4)
Sider: 67
ISBN: 978-82-8329-028-8

Kontaktopplysningar:
Tom André Tveit (Verda)
Postboks 2636
5828 Bergen
post@verda.no
http://www.verda.no

Omsetjing av talorden:
Vi vil tilrå dataforskrifta 'Omsetjing av talorden'. Denne dataforskrifta har samla mykje av mengdelæra, særskilt dei ulike talorden (inntil vidare forutan tveuftal), og er derfor til god hjelp for å lære mengdelæra på ein kvikkare og enkelare måte. Sjå avsnittet om bestilling.

Gratis otliste (teikn- og ordliste):
På internettsida http://www.verda.no er det mogleg å laste ned ei gratis otliste (teikn- og ordliste) som ebok. Den inneheld alle dei ot (teikn og ord) som er nye i bøkene gitt ut på forlaget Verda – og vil derfor kunne vere til hjelp for dei som i lesing av ei eller fleire av desse bøkene skulle møte nokre ot som dei ikkje er kjend med.

Bestilling:
Sjå bakerst i boka for bestillingsskjema og opplysningar om korleis bestille varer frå Verda.

Fagspørsmål:
På internett er det mogleg å få svar på fagspørsmål. Sjå http://www.verda.no/fagsporsmal for meir om pris, og om korleis ein går fram for å stille fagspørsmål, med meir.

Innspel:
Dersom det blir funnet nokre feil, anten skrivefeil eller andre feil, eller noko som kan vidareutvikla eller på anna måte forbetra lærebøkene, kan innspel sendast til følgande epostadressa: innspel@verda.no

Føreord

Mengdelæra vart skriven fordi eg trengde betre innsikt i tal og mengder. Det viste seg at inntil denne tid, har der vore store manglar i gjeldande mengde- og tallære. Denne mengdelæra inneheld mange nye ting som vi ikkje har hatt før, samt ein del emner som er endra litt på. Mengdelæra har på grunn av dette fått mange nye bruksområder som ho ikkje har hatt før, og i tillegg har ho blitt mykje betre, då både tal, mengder og mykje av det dei kan brukast til er blitt enklare å lære seg. Blant nye ting er omgrepet talmengde – dette står no som grunnlag for alle talorden. Opphavstal er ei talorden som blant anna gir ei grunnleggjande forklaring på korleis handlingane tilleggjing, fråtrekkjing, gonging, deling, opphøgjing og nedhøgjing skal utøvast i reknelæra. Uftal og tveuftal er to talorden som saman gir grunnlaget for måten vi vanlegvis tel og les tal på, og derfor styrkast mengdelæra mykje når desse er lagt til. Ellers kan det nemnast, at på grunn av at vi har den nye talmengda – som blant anna gjere det langt enklare å forstå kva ulike grunntal gir av mengder – legg vi i denne mengdelæra mindre vekt på skilnaden mellom talorden med ulike grunntal enn før. Det kan leggjast til om dette sistnevnte at vi uansett i dei aller fleste tilfeller klarar oss med kun eitt grunntal – og det er grunntalet omi.

Når det gjeld reknespråket i denne mengdelæra, er det óg nytt. Heile formålet med dette reknespråket er å kunne skrive rekning på éi linje – då dette er noko som er svært nyttig blant anna på datamaskin. Derfor vil reglane og døma som brukar reknespråket vere litt ukjent i byrjinga – men, likevel skal eg unngå nærmare forklaring på dette, då skilnadane frå det reknespråk vi vanlegvis kjenner frå skulverket blant anna i Noreg den dag idag, ikkje er store. For dei som skulle ynskja ei nærmare forklaring, vil dei finne svar i diemlæra – diemlære er enkelt sagt ei lære for skrivereglane for dette nye reknespråket. Ein ting som nokre sikkert kjem til å merke seg, er at mange reglar blir svært lange, på grunn av at alt blir skrive på éi linje. Dei som skulle finne nytte for det, kan omsetje reglar til det reknespråk dei er mest vane med sjølve.

Eit anna mål var å skrive mengdelæra på norsk. Dette gav opphavet for mange norske omgrep vi kun har hatt i framande språk frå før, samt mange nye omgrep som vi ikkje har sett i noko språk. Årsaka er som allereie nevnt at der er mange nye ting i denne mengdelæra, samt at heilskapen i ho har gitt høve til å skapa ein del nye omgrep. Allmengdeleg, artstal, deltal, enkelttal, grunnart, medtal, mengdetal, minsteart, mottal, oin, oinar, omar, omi, opphavstal, stikktal, størsteart, særopphavstal, talmengde, talorden, tideling, tilleggjingstal, tost, tresstal, tveuf, tveuftal, uallmengdeleg, uf, uftal, uvekslebar og vekslebar, er desse nye omgrepa. For ordens skuld kan det seiiast at desse orda kan kallast norske ord – dei har litt ulik bøying i nynorsk og bokmål, men dei kan altso sjåast på som både nynorske ord, og bokmålsord. Eit råd er å bruke ordlista på side 54 under lesing av boka - der finn vi avgrensingar for både dei nye orda, samt alle dei viktigaste orda som brukast i forklaringa av kva tal og mengder er for noko. I tillegg, har omgrepa ti, tidel, hundre, hundredel, tusen og tusendel fått nye avgrensingar. Dette skal vi bli kjent med særleg i delkapitlet om artstal.

Bruksområda til mengdelæra er mange – blant anna i alle fag i skuleverket på ulike måtar – i nokre fag meir openbert enn andre. Mengdelæra er jo blant anna eit viktig grunnlag for språket vårt, slik at mengder kjem vi innom i det meste som gjeld språk. I skrivande stund har eg ikkje oversikt over alle dei fag og utdanningar mengdelæra kan høve til - dette er noko som vil bli tilgjengeleg etterkvart, særleg dersom denne mengdelæra og dei nye omgrepa blir lagt til i læreplanen. I den gjeldande læreplanen finn vi i hovudsak mengdelæra innanfor reknefaget – og dette er klart eit av dei viktigaste bruksområda.

Forfattaren ynskjer at lesarane lærer noko nytt, og ellers trivast med lesinga av denne boka.

Innhald

1 Mengde

Ei mengde er det som fortel oss om det er ein, eller meir eller mindre enn ein av noko. Ei mengde, er noko vi kan telje, og er derfor det som vi har framfor oss, når vi skal telje. Ei mengde kan til dømes vere poteter som skal kokast til ein middag.

Vi kan i byrjinga av denne mengdelæra óg forklare tilhøvet mellom omgrepa mengder og tal. Ot er både ord og teikn og det som ord og teikn står for i seg sjølv – mengde er derfor både eit ord, og det som ordet mengde står for i seg sjølv. Nokre av orda og teikna for mengder kallar vi tal. Dette er viktig å merke seg, fordi då forstår vi at tal eigentleg er mengder. Talord og talteikn er derfor nokre ulike mengder. Vi kjem ikkje bort frå at orda og teikna for tala er noko for seg sjølv óg – til dømes ein einar, er ein eining av talet og mengda ein – i dette tilfellet brukast tala som einingar i seg sjølv, og ikkje som ord og teikn for mengde. I tillegg til tala, har vi óg ein del mengdeord som vi brukar som ord og teikn for ulike mengder. Tala skal vi lære om i kapitlet om tal, og mengdeord skal vi sjå nærmare på i slutten av dette kapitlet.

1.1 Delmengde

Ei delmengde er ein del av ei mengde. Har vi til dømes ei mengde, og deler mengda opp i fleire mindre delar, kallar vi kvar del ei delmengde.

1.2 Eining og mengde

Ei mengde fortel oss om kor mange det er av noko – og dette noko kan vere ulike einingar. Derfor fortel ei mengde oss alltid om kor mange einingar vi har av ei viss eining.

1.3 Art

Ein art er ei undereining av ei eining. Når vi ser til ereng, kan art tilsvarande forklarast å vere; kvar av sufene til ei lufa.

1.4 Likearta og ulikearta mengde

Vi skiljer mellom mengder med *lik* art innbyrdes, og mengder med *ulik* art innbyrdes, som kallast høvesvis likearta mengder og ulikearta mengder. Ei mengde kan altso bestå av ein eller fleire artar. Det kan leggjast til at delmengder óg kan vere likearta og ulikearta.

1.5 Størstart og minsteart

I ei mengde med fleire ulike artar, kallar vi den minste arten i mengda for minsteart, og den største arten i mengda for størsteart.

1.6 Mengdeord

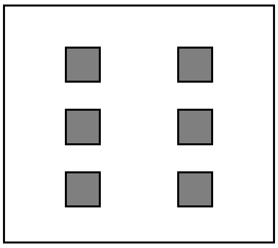
Vi brukar ein del ulike mengdeord til å forklare kor store ulike mengder er - kor mange einingar der er i ei mengde. Vi skal lære om tal i dei to følgande kapitla om talmengder og tal, som er ord og teikn som kan forklare kva som helst mengde so nøyaktig som vi ynskjer. Mengdeorda kan brukast i mange ulike tilfeller, men gir ikkje same nøyaktigheit – er meir overordna omgrep som forenkla forklarar kor stor ulike mengder er. Til dømes omgrepet alle, kunne jo i ei mengde på 4 vore omtalt meir nøyaktig som 4, orda mange og få er unøyaktige, der vi som oftast forstår orda som at dei gjeld høvesvis, fleire enn halvparten og færre enn halvparten av ei mengde.

Mengdeorda er ordna i eintal og fleirtal, og etter kjønn i eintal høvesvis hankjønn, hokjønn og inkjekjønn – og er i ubunden form. Strek tyder i lista av mengdeord som følgjer, at der ikkje finst noko ord med den bøyinga. Dei ulike mengdeorda er:

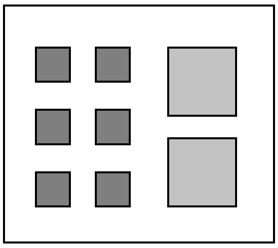
Eintal			Fleirtal
Hankjønn	Hokjønn	Inkjekjønn	
all	all	alt	alle
annan	anna	anna	andre
annankvar	annankvar	annankvart	-
einkvan	eikor	eitkvart	-
-	-	-	få
ingen	inga	inkje	ingen
kvar	kvar	kvart	-
mang ein	mang ei	mang eit	mange
nokon	noka	noko	nokre/nokon

Eit tillegg om mengdeorda få og mange, er at desse óg kan brukast som eigenskapsord – sjå i ordlista, eller i språklæra, for meir om dette.

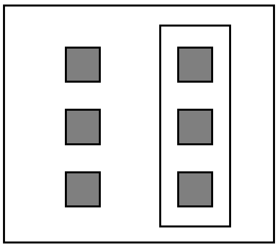
Vi ser på nokre dømer for dei ulike mengder:



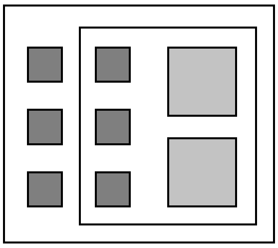
Bilete 1 – likearta mengde



Bilete 2 – ulikearta mengde



Bilete 3 – likearta delmengde



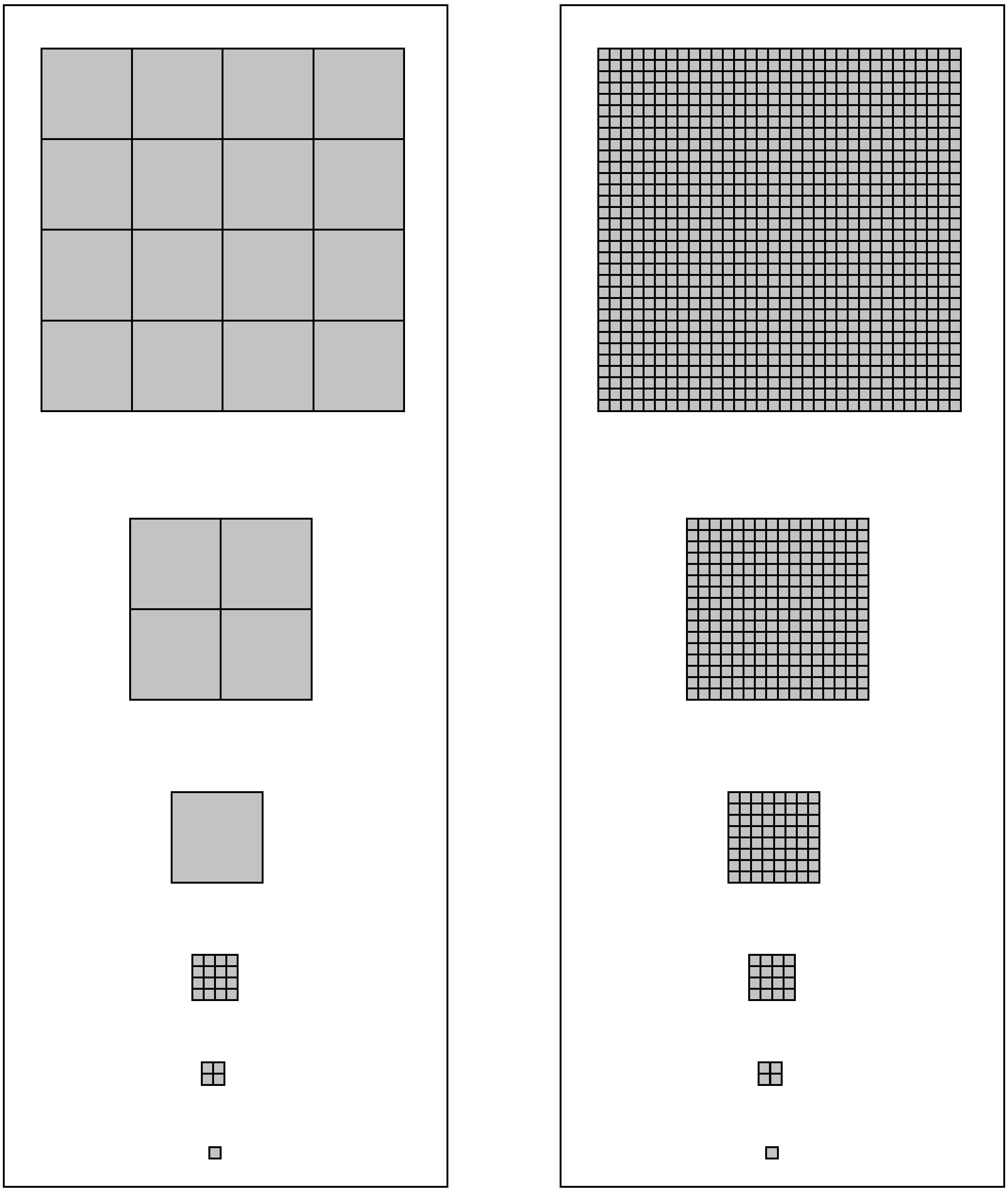
Bilete 4 – ulikearta delmengde

På bileta tyder dei ufarga firkantane mengde – der når dei er innbyrdes i ei anna slik, er dei ei delmengde. Dei farga firkantane er einingar i mengda, og vi seier at når dei er ulike er dei av ulik art. Vi ser at på bilete 2 og 4 har vi to ulike storleikar, og der finn vi ein størsteart og ein minsteart.

2 Talmengde

Ei talmengde er ei særskilt samansatt mengde, som vi brukar som grunnlag for alle tal for mengder. Som vi allereie har lært i kapitlet om mengde, kallar vi nokre av orda og teikna vi brukar for ulike mengder for tal. Talmengde er derfor svært viktig å lære seg, fordi då vil ein forstå korleis dei ulike tal vi brukar er bygt opp, og satt saman.

I dei følgjande avsnitt skal vi lære dei omgrep vi brukar for å forklare kva ei talmengde er. Vi brukar nokre av dei same omgrepa allereie forklart i kapitlet om mengde, som får nokre tillegg som gjeld særskilt for talmengde. Fyrst ser vi på eit bilete over to ulike talmengder, som vi skal bruke i forklaringa av desse omgrepa nemnt:



Bilete 5 – to ulike talmengder

På bilete 5, ser vi to ulike talmengder, der den fyrste talmengda har ein størsteart, ein grunnart og ein minsteart. Minstearten er den fyrste nedanfrå, grunnarten er den fjerde, og størstearten den sjette. Vi ser at størstearten er seksten gongar so stor som grunnarten, og grunnarten sjølv er seksten gongar so stor som minstearten. Den andre talmengda har same minsteart som grunnarten. Den andre talmengda har vi tatt med for å vise korleis minstearten i den fyrste talmengda kan fordelast i dei tre største artane. Og vi ser at i den andre talmengda, er minstearten 1024 gongar so stor som størstearten. Vi kan óg sei at eit forhold imellom den fyrste og den andre talmengda, er at den fyrste talmengda er 64 gongar so stor som den andre talmengda – då grunnarten er 64 gongar so stor i den fyrste talmengda, som den andre talmengda. Grunnarten er den same i begge talmengdene med tanke på mengde (lik 1); den fjerde nedanfrå i den fyrste talmengda, og den fyrste nedanfrå i den andre talmengda. Det er mange andre ting å sei om desse to talmengdene vi ser på bilete 5 – og vi skal derfor bruke dei meir utover i kapitlet.

2.1 Grunnart

Grunnart er den grunnleggjande art i ei talmengde, som dei andre artar i talmengda har som utgangspunkt. Grunnarten er derfor svært viktig for talmengda. Grunnarten har ei mengde lik 1, men har talteiknet I som lesast; 'oin' – dette er eit artstal. Artstalet I får vi ved å opphøgje eit grunntal med talet 0. Vi blir betre kjent med artstal i delkapitlet om artstal. Vi blir betre kjent med artstal i delkapitlet om artstal. Ved å opphøgje grunntal, der opphøginga er eit heiltalig medtal eller mottal, lagar vi dei andre artane i ei talmengde. Forenkla kan vi sei at artane i ei talmengde lagast kun ved eit opphøgja grunntal, der opphøgjinga er 0, eller eit heiltalig medtal eller mottal. Vi lærer meir om omgrepa grunntal, heiltal, medtal og mottal i kapitlet om tal, og ellers kan vi óg sjå til ordlista for meir om kva desse omgrepa tyder.

I begge dei to talmengdene på bilete 5, er grunntalet 4. Den fyrste talmengda har følgjande artar:

4/2, 4/1, 4/0, 4/-1, 4/-2, 4/-3 som gir delmengdene
16, 4, 1, 0.25, 0.0625, 0.015625

Den andre talmengda har følgjande artar:

4/5, 4/4, 4/3, 4/2, 4/1, 4/0 som gir delmengdene
1024, 256, 64, 16, 4, 1

2.2 Art og talmengde

I ei talmengde, kan som allereie nemnt alltid minstearten fordelast på dei andre artar, slik som vi ser i den andre talmengda på bilete 5. Når vi ser på talmengder som firkanta flater, slik som på bilete 5, kan vi sei at alltid vil ei heiltalig mengde av minstearten kunne fylla nøyaktig same flate, som kvar av dei ulike artar talmengda har. Omgrepet art brukar vi i talmengda for kvar av dei artar som kjem av eit opphøgd grunntal, der opphøginga er 0, eit medtal eller eit mottal. Desse artar kan alt etter om talmengda har artar mindre enn grunnarten eller ikkje, høvesvis anten ha ei heiltalig mengde grunnartar eller minsteartar som nøyaktig er like stor som kvar av dei ulike andre artar.

Det kan klargjerast at vi som oftast ser på alle artar i talmengda, alt etter om talmengda har artar mindre enn grunnarten eller ikkje, som å vere høvesvis anten grunnarten eller minstearten som ei viss heiltalig mengde. Derfor om vi hadde brukt den meir allmenne avgrensinga av omgrepet art ifrå kapitlet om mengde, ville vi kunne misforstått talmengda som å kun ha éin art – nettopp anten grunnarten eller minstearten dersom talmengda har artar mindre enn grunnarten. Eit særtilfelle er at når vi *vekslar* talmengda kun til minstearten, anten den er lik grunnarten eller ikkje – blir talmengda alltid likearta, og har éin art, nemleg minstearten. Det å veksle ei talmengde som nevnt er ein svært viktig handling med talmengder, og dette skal vi sjå nærmare på i avsnittet om veksling.

2.3 Eining og talmengde

Grunnarten har ei mengde lik 1 – og dette tyder at grunnarten alltid er éi eining i seg sjølv. Grunnarten kan vere kva som helst einingar eller mengder innbyrdes i grunnarten, men uavhengig av dette har grunnarten alltid 1 som mengde.

Ser vi på bilete 5, ser vi at grunnarten både i den fyrste og den andre talmengda har ei mengde lik 1. Dersom vi hadde delt til dømes den fyrste talmengda sin grunnart i minstearten, ville vi fått 64 ulike minsteartar innbyrdes i grunnarten. Som vi har sett har minstearten i den fyrste talmengda storleiken 0.015625, og då får vi ved å gonge 64 med minstearten 0.015625 ei mengde lik 1.

2.4 Delmengde og talmengde

I talmengder brukast delmengde som omgrep når vi har fleire einingar av ein eller fleire artar i ei mengde innbyrdes i talmengda. Det er viktig å leggje til at vi kunne óg meint, ifølge den meir allmenne avgrensinga av omgrepet delmengde gitt i kapittelet om mengde, at kvar art større enn minstearten, anten minstearten er lik grunnarten eller ikkje, eigentleg er ei delmengde sjølv - men vi brukar ikkje omgrepet delmengde for artane i ei talmengde, forutan dersom vi sjølv skulle få trong til det for eit særskilt bruksområde. Ser vi til bilete 5, ser vi derfor to ulike talmengder med seks ulike artar kvar for seg, og der kvar art har ei delmengde lik 1.

Eit tillegg er at det sjølvsagt ikkje er feil om nokon skulle omtala ein art si mengde minsteartar som delmengde – det blir til og med gjort i denne læreboka – men då er arten skilt ifrå talmengda ellers, som ei delmengde, der vanlegvis delmengda er ei mengde av minstearten. Dette er foreinleg med avgrensinga til omgrepet delmengde i kapitlet om mengde.

2.5 Likearta og ulikearta talmengde

For talmengder er det viktig å få fram at når ei talmengde har fleire artar, er ho alltid ulikearta sjølv enn om talmengda kunne vore veksla i kun minstearten. Fyrst når ei ulikearta talmengde er veksla i kun minstearten, kan vi omtala ho som likearta. Ellers er sjølvsagt óg alle talmengder som kun har éin art, anten det er grunnarten, eller ein annan art, ei likearta talmengde. På bilete 5 ser vi to ulikearta talmengder.

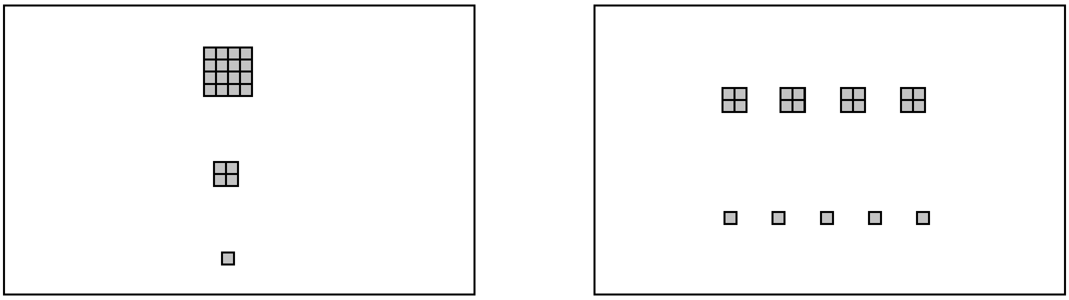
2.6 Størsteart og minsteart

Har talmengda fleire artar enn ein - frå to artar og oppover, har talmengda alltid størsteart og minsteart. Størstearten og minstearten kan vere både mindre, lik og større enn grunnarten alt etter kva artar talmengda har. Det særskilte ved minstearten, er at alltid dei større artar kan vekslast i heiltalige mengder av minstearten – dette skal vi lære meir om i neste avsnitt. I begge dei to talmengdene på bilete 5, er den fyrste og den sjette arten høvesvis minsteart og størsteart.

2.7 Veksling

Da å veksle er å endre på samansetjinga til ei talmengde. For å å klargjere da, so er ikkje veksling da å auke eller minke ei talmengde – men å endre på samansetjinga. Ei veksling er derfor å veksle ein eller fleire artar i nokre mindre og/eller nokre større artar.

Ei talmengde kan vekslast på svært mange ulike måtar. Ser vi til minstearten kan alltid alle artar i talmengda vekslast i ei heiltalig mengde av minstearten, anten minstearten er grunnarten eller ikkje. Og for ein kva som helst gitt art i talmengda andre enn størstearten, kan alltid dei større artane (samt den gitte arten sjølv) vekslast i ei heiltalig mengde av den gitte arten. Dette tyder at vi kan endre samansetjinga til talmengda på svært mange ulike måtar. Sjå til bilete 6 under, for eit døme på ei veksling med dei tre minste artane i den fyrste talmengda på bilete 5. Den tredje arten nedanfrå er veksla til ei delmengde på 3 av den nest minste arten, og ei delmengde på 4 av minstearten. I vekslinga vi ser på bilete 6 vekslast tre artar med delmengda 1 kvar for seg, til to artar, lik den nest minste arten og minstearten, med høvesvis delmengde 4 og delmengde 5.



Bilete 6 – ei veksling

Eit særtillegg om veksling er at óg innom same art kan ei veksling foregå. Men i ei talmengde er dette alltid unødvendig – dette vil kreva at einingane i kvar art eigentleg ikkje er heilt like, og at dei derfor kan vekslast med nokre andre einingar som gir ei anna samansetjing innom den same arten.

2.8 Vekslebar og uvekslebar talmengde

Ser vi til bilete 6, ser vi ei veksling som endrar samansetjinga ifrå tre artar til to – og denne kan tilsvarande vekslast tilbake ifrå dei to artane til dei tre. Med dette har vi no kome inn på noko vi kan bruke til forklaringa på kva skilnaden mellom vekslebare og uvekslebare talmengder er: Vekslebare talmengder kan eintydig vekslast tilbake til talmengda før fyrste veksling, og uvekslebare talmengder kan ikkje eintydig vekslast tilbake til talmengda før fyrste veksling.

Regel for vekslebare og uvekslebare talmengder
Vekslebare talmengder har alltid delmengder mindre enn grunntalet til talmengda.
Uvekslebare talmengder har alltid delmengder større eller lik grunntalet i talmengda.

Ser vi til bilete 6, ser vi til venstre ei vekslebar talmengde, og til høgre ei uvekslebar talmengde. Vi har tidlegare sagt at vekslinga på bilete 6 kunne blitt veksla tilbake til den fyrste talmengda frå talmengda til høgre – og dette blir eintydig – det er fordi talmengda til venstre er vekslebar då grunntalet er fire og kvar delmengde er lik 1. Ser vi til talmengda til høgre, er den uvekslebar dersom den óg har grunntalet fire – derfor kan den ikkje vekslast til den talmengda til venstre, og tilbake eintydig. Dette er fordi vi ikkje veit kor mange kvar art skal ha som delmengde - vekslinga tilbake kunne vore til alle slags artar då vi ikkje har noko grense for kor stor delmengde kvar art skal ha. Når vi ikkje veit kva den fyrste talmengda var som vi veksla ifrå, har vi altso mange ulike moglege tilfeller for kva vekslinga tilbake kan bli, når vi har veksla ei uvekslebar talmengde – men ei vekslebar talmengde som blir veksla, kan kun vekslast tilbake til eitt og same tilfelle. Vi ser at når vi vekslar ei vekslebar talmengde får vi ei uvekslebar talmengde – og dette gjeld alltid. Når vi vekslar ei uvekslebar talmengde kan vi både få ei vekslebar og ei uvekslebar talmengde.

Vekslebare talmengder kan nøyaktig som kva som helst mengde, uavhengig av grunntal, vekslast til uendeleg mange ulike uvekslebare talmengder alt etter kva talmengda er.

Omvendt kan uvekslebare talmengder, slik som kva som helst mengde, både vekslast til dei uendeleg mange ulike uvekslebare talmengder, samt vekslast til ein og same vekslebare talmengde alt etter kva gitt grunntal er. Vi ser at ei forklaring på skiljet mellom vekslebar og uvekslebar talmengde derfor er, at når eit grunntal er gitt, finst der kun éin måte ei kva som helst mengde kan setjast saman på som ei vekslebar talmengde. Ei uvekslebar talmengde når eit grunntal er gitt, kan for ei kva som helst mengde, setjast saman på tilnærma uendeleg mange ulike måtar alt etter kva mengda er. Årsaka til dette er at vekslebare talmengder er satt saman slik at artane er av ein slik storleik i høve til kvarandre, at ein art aldri kan vere like stor når vi forsøkjer bruke mindre eller større artar for den same mengda. Ved uvekslebare talmengder, kan kva som helst art bli like stor som andre større artar, fordi det ikkje er ei grense for kor stor delmengdene vi kan ha til kvar art.

2.9 Reglar for veksling av talmengder

1. Veksling ved minsteart: Alle artar i talmengda kan alltid vekslast i ei heiltalig mengde av minstearten, anten minstearten er grunnarten eller ikkje.
2. Veksling ved ein gitt art: For ein gitt art i ei talmengde andre enn størstarten, kan alltid dei større artane vekslast i ei heiltalig mengde av den gitte arten.
3. Vekslebare talmengder: Er alle delmengdene mindre enn grunntalet i talmengda, kan alltid talmengda sine artar vekslast, og vekslast eintydig tilbake til talmengda før fyrste veksling. Ei veksling av ei vekslebar talmengde, gir alltid ei uvekslebar talmengde, som alltid kan vekslast tilbake til den vekslebare talmengda.
4. Uvekslebare talmengder: Er minst ei delmengde større eller lik grunntalet i ei talmengde, kan ikkje talmengda vekslast eintydig tilbake til talmengda før fyrste veksling, når den er veksla. Ei veksling av ei uvekslebar talmengde, kan gi både ei vekslebar og ei uvekslebar talmengde.

2.10 Reglar for talmengde

Med alle dei omgrep vi no har lært om talmengde, kan vi sjå på regelen for talmengde. Regelen for talmengde er svært viktig for alt som har med tal og rekning å gjere – årsaka er at dei allmengdelege talordenane brukar talmengde som grunnlag, og at allmengdelege tal vanlegvis brukast i rekning.

Regel for likearta talmengde

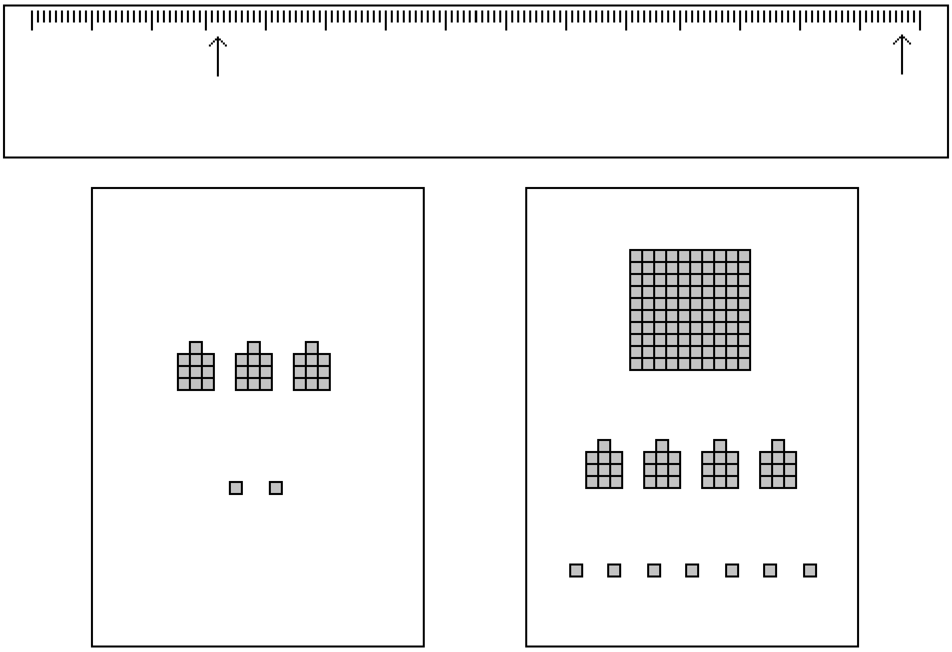
$a \cdot (b / c) = a \cdot d$, der a er eit mengdetal, b eit grunntal, c eit heiltal, og d eit artstal. Der ein av virkarane b, c eller d er utfallig.

Regel for ulikearta talmengde

$+[j=1,k]\ ((a^{I}j \cdot (b / c^{I}j))) = (a^{I}1 \cdot (b / c^{I}1)) + (a^{I}2 \cdot (b / c^{I}2)) + ... + (a^{I}k \cdot (b / c^{I}k)) = +[j=1,k]\ ((a^{I}j \cdot (d^{I}j))) = (a^{I}1 \cdot d^{I}1) + (a^{I}2 \cdot d^{I}2) + ... + (a^{I}k \cdot d^{I}k)$, der a er eit mengdetal, b er eit grunntal, c, j og k er heiltal og d er eit artstal, der c og d vanlegvis skrivast i minkande følgje (ikkje eit krav). Føresetnad for utfall i regelen for likearta talmengde må brukast for kvar art for seg.

Vi ser av regelane for talmengde at (b / c) er lik eit artstal d. For meir om kva mengdetal og artstal er sjå delkapitla om mengdetal og artstal.

Vi ser at talmengde er ei særskilt måte å ordna mengder på. Som vi har vore inne på, er talmengder grunnlaget vi brukar for tal - og tal er det vi skal inn på i det følgjande kapitlet. Vi kjem til i læring av kva tal er for noko, til å betre forstå kva talmengde er. Når vi skal lære om kva blant anna opphavstal, mengdetal, artstal, tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal er for noko, kan vi sjå tilbake til talmengde med nokre gode omgrep til å betre forstå kva talmengde er, samt forstå korleis tal nettopp grunnleggjast på talmengde. Før vi går igang med kapitlet om tal ser vi på eit døme på et bruksområde for talmengder - bruk av lengder:



Bilete 7 – Linjal og talmengder

Vi klargjer at lengdene i det følgjande døme ikkje brukar måleining – kun mengda/tala for kva lengdene er i høve til linjalen vi ser på bilete 7: På bilete 7 ser vi ein linjal, der vi har merka av to ulike lengder; 3.2 og 14.7. Minstearten har ei delmengde lik 0.1, grunnarten ei delmengde lik 1 og grunntalet er lik omi (som kan nemnast er det vanlegaste grunntalet vi brukar for tal. Sjå regelen for grunntal). For lengda 3.2 får vi ei delmengde på 3 for arten med mengde lik 1, der vi kan merke oss at den arten har 10 minsteartar innbyrdes, og ei delmengde på 2 for minstearten med ei mengde lik 0.1. Lengda 14.7 får ei delmengde på 1 for arten med mengde lik 10, som vi ser har 100 minsteartar med ei mengde lik 0.1 innbyrdes, som det kan nemnast er óg 10 grunnartar med ei mengde lik 1 innbyrdes. Samt ei delmengde på 4 av grunnarten med mengde lik 1, og ei delmengde på 7 for minstearten med ei mengde lik 0.1. Dei tre ulike artane vi brukar i dei to talmengdene for dei to ulike lengdene, har mengder lik 10, 1 og 0.1, som er høvesvis 10/1, 10/0 og 10/-1. Når vi ser på talmengdene med hensyn til minstearten er det lett å ta feil omkring mengda til grunnarten; grunnarten skal alltid ha ei mengde lik 1, men grunnarten kan jo som vi no veit løysast opp i ein art mindre enn grunnarten, slik at det kan sjå ut som om mengda til grunnarten er ulik 1. I tillegg kan det nemnast at talmengdene er vekslebare. Vi set opp to reknestykkjer som viser korleis dei ulike artane i kvar tallmengde kan leggjast saman, og gi lengda som utfall:

Talmengde 1: $1 + 1 + 1 + 0.1 + 0.1 = 3.2$
Talmengde 2: $10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 = 14.7$

3 Tal

Tal er ord og teikn for mengde. Eit tal, er det vi står att med, når vi har talt ei mengde. Tal og mengder kan derfor seiiast å vere to ulike sider av den same sak – mengdene er det vi skal beskrive og tala er verktøyet vi brukar. Talmengde er eit viktig omgrep for dei ulike talordenar vi har for tal, og dette vil bli merkbart når vi går igang med å lære om tal.

Tal kan óg brukast til å finne ein stad i ei mengde, eller til å beskrive ulike mengder av ulike måleiningar, som til dømes vekt av noko – men det er viktig å klargjere at tal står for ei mengde fyrst og framst. Når vi brukar tal til andre ting enn kun å beskrive ei mengde, brukar vi både ord og teikn, blant anna ulik teiknsetjing, for å gjere da klart at talet beskriv noko anna enn nettopp kun ei mengde. Slike særskilte bruksområder for tal blir vi nærmare kjent med i andre lærer, særskilt reknelære; sjå derfor reknelære for meir om kva tal kan brukast til. Vi er no trygg på at tal i all hovudsak beskriv mengder.

3.1 Talteikn og talord

Når vi skal telje ei mengde, eller lese eller skrive eit tal for ei mengde, treng vi talteikn og/eller talord. Talord er ord for ulike tal som vi kan bruke til å telje med, halde ei samtale om tal med eller skrive tal med. Talord nyttar blant anna dei teikn som vi brukar i vårt vanlege skriftspråk. Talteikn er eigne teikn som kun nyttast til å skrive tal med. Det er to ulike artar av talteikn; talteikn for mengder og talteikn for artar. Vi skal sjå på dei talteikn vi nyttar for mengder og artar, i dei følgande tabellane; tabell 1 og tabell 2.

Kvart talteikn har eit talord – og på den måten er talteikn og talord to sider av same sak – der dei lesast likt og omtalast likt, og ellers kan begge brukast til å forklare ulike tal og mengder med. Talord har klart den fordel at ein kan nytte bokstavane i vårt vanlege skriftsspråk slik at lesing og skriving av tal og mengder kan bli enklare for dei som kjenner desse. Talteikn har klart den fordel at skriving av tal blir langt kortare – og derfor brukar vi som regel talteikna når vi skal skrive tal. Ellers kan det leggjast til at i kapitlet om talorden blir vi kjent med korleis vi slår saman ulike talteikn, som gir oss mange ulike måtar å skrive tal og mengder på. Når vi slår saman fleire talteikn, både når det gjeld teljing, forteljing, lesing og skriving, er det viktig at vi har riktig orden - forutan vil det kunne oppstå misforståing av kva mengde talteikna eigentleg står for – dette gjeld sjølvsagt tilsvarande talorda. For seg sjølv kan verken talteikna eller talorda misforståast. Vi legg til at fleire talteikn på ei rekkja, óg er talord, på grunn av at dei er fleire teikn på ei rekkja slik som andre ord er, men vanlegvis omtalar vi dei kun som tal, og i hovudsak brukar vi omgrepet talord for dei ord som blir gitt ulike tal med bokstavar. Sjå meir om dette i avsnittet om tal og deldiem.

Talteikna og talorda for ulike mengder er heiltalige medtal frå 0. Talteikna og talorda for ulike artar er grunntal opphøgd i heiltalige medtal og mottal frå og med 0. I denne mengdelæra skal vi sjå på seksten av dei fyrste talteikna for mengder, og dei sju fyrste talteikna for artar – der vi ved å auke heiltalet for mengder, eller auke og/eller minke heiltalet til det opphøgde grunntalet for artane, kan skape stadig fleire talteikn. Måten talteikna er bygt opp på som forklart kort i dette avsnitt skal vi bli betre kjent med i kapitlet om talorden. Ei oversikt over dei talteikn og talord vi nyttar i denne tallæra:

Mengder

Talteikn	Talord
G	Seksten
F	Femten
E	Fjorten
D	Tretten
C	Tolv
B	Elleve
A	Omi
9	Ni
8	Åtte
7	Sju
6	Seks
5	Fem
4	Fire
3	Tre
2	To
1	Ein, ei, eit, eine (Éin, éi, eitt)
0	Null

Tabell 1

Artar

Talteikn	Talord
M	Tusen
N	Hundre
Å	Ti
I	Oin
V	Tidel
W	Hundredel
X	Tusendel
0	Null

Tabell 2

Vi ser av tabell 1 og tabell 2, at det einaste talteiknet, som har fleire ulike talord er 1. Dette talteiknet lesast som 'ein', 'ei' eller 'eit' høvesvis om eininga talet står til er hankjønn, hokjønn eller inkjekjønn – og i ubunden form i alle dei tre tilfellene. I bunden form lesast talet uavhengig av kva kjønn eininga det står til som 'eine'.

Vi ser óg av tabellen for artstal, at deltalige artstal har talord lik som dei heiltalige artstal tillagt etterstavinga -del.

Talord kan óg vere ei eining – bøyingsreglane for talorda som einingar, finn vi i ordlista som følger med denne mengdelæra. Det kan leggjast til at talteiknet 1 lesast kun på éin måte i kvar av dei ulike bøyingane som eining.

Til slutt kan vi gjere oppmerksam på at mengdetalet 1 og artstalet I, som har talorda ein og oin, har same mengde 1. Dette gjeld for alle grunntal. Årsaka til at vi brukar ulike ord og teikn for mengda 1 for mengdetal og artstal, er i hovudsak at vi saman med regelen for grunntal oppnår at alle dei ulike talordenar vi skal lære om i denne læra, kan brukast forutan tvetydigheit og misforståing dei imellom. Dette vil vi få betre forståing for etterkvart som vi lærer å bruke dei, både for seg sjølv, og saman. Det kan nemnast at det å kunne bruke alle dei ulike talordenar forutan misforståing og tvetydigheit, når vi brukar dei saman, er svært viktig – og derfor har vi óg gitt mengdetal og artstal ulike talteikn for mengda 1 for å oppnå dette.

3.2 Tal og deldiem

Tal kan vere fleire talteikn skrive etter kvarandre, slik at dei saman skaper ei rekkja. Talrekkjer kan då i tillegg skrivast som eit deldiem med handlingar seg imellom. Utifrå kva talorden talrekka har, brukast ulike handlingar imellom talteikna i eit deldiem – og det kjem vi tilbake til i i kapitlet om talorden. Dei ulike talordenane er noko av det viktigaste vi lærer om i tallæra.

Talrekkjer kan vi altso skrive forutan rekneteikn imellom kvart talteikn, fordi vi ikkje kan misforstå kva delmengde dei ulike talteikn har innbyrdes i talrekkja si mengde. Ser vi til deldiem, kan dei ha eit kest som er lik ti (10). Då kunne vi dersom det deldiemet stod midt imellom dei to kesta 1 og 0 uten rekneteikn seg imellom, som i 1100, misforstått til å skulle vere dei to talteikna 1 og 0, og ikkje ti (10). Derfor må vi skrive eit slikt deldiem som vi vanlegvis skriv deldiem med handlingar imellom kvart kest, til dømes 1+10+0, alt etter kva handlingane skal vere. Sidan talrekkjer kan skrivast utan rekneteikn, vil tal sjå enkle ut, sjølv enn om det ligg ei djupare talorden gøymd i talrekka.

Det er viktig å leggje til, at vanlegvis omtalar vi ei talrekkje kun som eit tal, og omgrepet talrekkjer brukar vi særleg for å lære om korleis tala er bygt opp, og korleis vi utviklar dei ulike talordenane. I tillegg har vi lært at tal med fleire talteikn óg kan omtalast som talord – men dette unngår vi vanlegvis, og derfor brukar vi helst omgrepet tal både i staden for omgrepet talord, når det gjeld fleire talteikn på ei talrekkje, og talrekkjer ellers. Eit døme på eit deldiem, og eit tal med talordenen tilleggjinstal med same mengde:

Deldiem: M+N+Å+I
Tal: MNÅI

3.3 Enkelttal
Vi kallar kvart enkelt talteikn i ei talrekkje for enkelttal. Kvart enkelttal større enn 0 har ei innbyrdes delmengde i talet si mengde. Enkelttal er anten eit tal som består av eitt teikn, eller eit enkelt teikn i eit tal med fleire teikn i ei talrekkje. Eit tal kan derfor bestå av eit eller fleire enkelttal. Døme på eit tal med fem enkelttal:

19837

Eit enkelttal kan vi setje åleine ved å bruke handlinga enkeltteikn som vist under:

a = 19837, der a(3) = 3

3.4 Heiltal
Heiltal er eit tal for ei mengde av ein eller fleire heile, udelte einingar. Dei kan vere større eller mindre enn null – sagt med andre ord kan dei både vere medtal og mottal. Null er eit særskilt tal som vi både brukar som eit heiltal og eit deltal. Heiltal kan bestå av eitt eller fleire enkelttal. Dømer på heiltal ved opphavstal, tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal i same følgd:

II, M, 120, 1M2N, 1NN3ÅI

3.5 Deltal
Deltal er eit tal med mengde mellom heiltala -1 og 1. Deltal er den del av eit tal, som ikkje kan skrivast som eit heiltal. Null er eit særskilt tal som vi både brukar som eit heiltal og eit deltal. Vi kan tilsvarande sei at deltal er eit tal for ein del av ein heil eining, eller fleire delar av ein eller fleire einingar satt saman, og som ikkje gir eit heiltal, fråtrekt den delen som kan skrivast som eit heiltal i ei mengde. Dømer på deltal ved tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal i same følgd:

V, 0.5, 2V1W, 2IV3IW

Vi legg merke til at stikktal skrivast med stikk mellom heiltal og deltal.

3.6 Grunntal
Grunntal er medtalige heiltal frå og med 2. Vi brukar grunntal til artane i talmengder, og derfor óg artstal, som får ei stemt mengde når artane blir gitt eit grunntal (eit unntak er grunnarten som alltid har ei stemt mengde på 1) - grunntalet opphøgjast då med eit heiltal.

Det viktigaste grunntalet er omi (A). Dette grunntalet er valt utifrå mengda fingrar vi har på hendene og føtene. Når vi brukar dette grunntalet kan vi derfor nytte hendene til å telje med på ein langt enklare og betre måte, enn dersom vi brukar andre grunntal. Dette vil vi få betre forståing for når vi har blitt kjent med særskilt stikktal og uftal i kapitlet for talorden.

Når vi ser på dei ulike talordenane, kunne opphavstal og mengdetal vore forutan grunntal – men vi brukar som regel alltid grunntal saman med dei talordenane óg, på grunn av at vi då blant anna alltid har eit allereie valt grunntal til artestet dersom vi brukar kest, då det er eit artstal som kreve eit valt grunntal for å få ei mengde. Ellers treng dei andre talordenane; artstal, tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal eit valt grunntal. Vi lærer meir om korleis vi brukar grunntal til talorden, i avsnittet om regelen for grunntal i neste delkapittel. Grunntala vi brukar i denne tallæra er som følger:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G

3.7 Partal
Alle heiltal som kan delast på 2, og som framleis forblir eit heiltal. Oddetal er det motsette av partal. Dømer på partal skrive som stikktal:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30

3.8 Tresstal
Alle heiltal som kan delast på 3, og som framleis forblir eit heiltal. Dømer på tresstal skrive som stikktal:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60

3.9 Oddetal
Alle heiltal som ikkje er partal, og gir derfor deltal når det delast på 2. Partal er det motsette av oddetal. Dømer på oddetal skrive som stikktal:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49

3.10 Medtal
Medtal er alle tal over null. Medtal kan skrivast både med og uten tilleggjinsteiknet framfor. Det motsette av medtal er mottal. Dømer på medtal skrive som stikktal:

1, 20, 546, 3257.5 eller +1, +20, +546, +3257.5

3.11 Mottal
Mottal er alle tal under null. Mottal skrivast med fråtrekkjingsteiknet framfor, for å skilje det frå medtal. Fråtrekkjingsteiknet framfor mottal er ikkje valfritt slik som tilleggjingsteikn framfor medtal. Mottal er det motsette av medtal.

Mottal tel vi som regel som eit medtal fyrst – for so å motsetje det til eit mottal. Skal vi til dømes trekkja ei mengde på 5 frå 12, so tel vi fyrst 5 som medtal, og motsetjer det etterpå til eit mottal ved å skrive eit fråtrekkjingsteikn framfor talet. Dette er årsaka til at namna medtal og mottal, har førestavingane med- og mot-, der medtal kjem av at det skapast *med* teljing, og der mottal som regel skapast ved å *motsetje* eit medtal. Dømer:

-1, -20, -546, -3257.5

3.12 Varige tal
Varige tal er tal med ei varig mengde som ikkje endrar seg – og til vanleg har varige tal eigne talord og talteikn i tillegg til den varige mengda i seg sjølv. Nokre årsakar til at vi har varige tal er; 1. til dei ulike talordenane treng vi mange varige tal med varige mengder (talteikna vi såg på i avsnittet om talorden og talteikn er derfor varige tal), 2. nokre mengder brukar vi so

ofte at det kan svara seg (vinnast på) å skrive dei, og omtala dei med eigne talord (eller andre namn) og talteikn slik at dei blir kortare dersom dei har mange enkelttal forutan.

Varige tal er da motsette av virkarar som tal, sidan varige tal aldri endrar seg. For meir om virkarar som tal sjå det nært påfølgjande avsnitt om nettopp virkige tal.

Varige tal kan både skrivast som medtal og som mottal – valfritt med tilleggjingsteikn framfor som medtal, og alltid med fråtrekkjingsteikn framfor som mottal.

Eit særtilfelle for varige tal er talteikna for artar, dei ulike artstal. Desse er både varige og virkige tal, der når dei er gitt eit grunntal er dei varige, og ikkje gitt eit grunntal virkige. Dette skal vi lære meir om i delkapitlet om artstal. Døme på varige tal:

0, 1, 2, 3, ∞

0
Det varige talet 0, har inga mengde. Vi les talet 0, slik; 'null'. Talet brukast både som heiltal og deltal – sidan vi i stikktal kan skrive 0 både til venstre og til høgre for stikket. Meir som kan seiiast om talet 0 er at det ikkje er partal, tresstal, oddetal, medtal, mottal. Opphavstal, tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal brukar talet 0, slik at dei blant anna kan brukast i diem til virkarar.

∞
Det varige talet ∞, lesast slik; 'uendeleg'. ∞ har som mengde ei uendeleg stor mengde, og som stad ein stad uendeleg langt borte frå eit utgangspunkt. Vi kan kun skrive uendeleg som eit varig tal med teiknet ∞, eller talordet 'uendeleg' – ikkje ved hjelp av ein av dei ulike talordenane.

3.13 Virkige tal
Virkige tal er virkarar med ulike tilfeller som ulike tal – ulike varige tal. Alt etter kva lufe eller nufe ein virkar er, og kva føresetnader ein virkar har, som vi lærer meir om i erenglæra og diemlæra, blir dei ulike moglege tal gitt. For virkige tal brukar vi som vanleg for virkarar nettopp dei ulike teikn for virkarar, med ein føresetnad om at virkaren er eit tal.

Eit særtilfelle for virkige tal er talteikna for artar, dei ulike artstal. Desse er både varige og virkige tal, der når dei er gitt eit grunntal er dei varige, og ikkje gitt eit grunntal virkige. Døme på virkig tal:

a, der a er eit tal

3.14 Meir om lesing av tal
Allmennt om lesing av tal, kan vi i hovudsak sei dette:
Når talet har eitt talteikn, og det talteiknet er 1:
Ut frå om eininga er hankjønn, hokjønn eller inkjekjønn lesast talteiknet 1 høvesvis som 'ein', 'ei' eller 'eit' i ubunden form eintal, og valfritt som 'eine' eller som ingenting i bunden form eintal (som ingenting tyder at talet 1 forsvinn og ikkje blir lest). Særtilfelle 1: Dersom talteiknet 1 åleine blir satt i samband med fleirtal, med formål om å skilje eintal frå fleirtal, lesast det i ubunden form eintal som 'éin', 'éi' eller 'eitt', for høvesvis hankjønn, hokjønn og intetkjønn. Dette særtilfellet gjeld kun for talet a i kestet. Særtilfelle 2: Når kest har to tal, lesast det fyrste talet a, ut frå kjønnet på eininga f, og det andre talet b lesast ut frå kjønnet på måleininga d.
Når talet har eitt talteikn, og talteiknet er eit anna talteikn enn 1, og når eit tal har fleire talteikn:
Talet lesast som talorda tilseier, og der vi alltid brukar talordet 'ein' for talteiknet 1.

Skal vi skrive tal med fleire enkelttal som talord, kan vi valfritt bruke mellomrom imellom enkelttala som talord eller ikkje. Døme:

111 med lesinga 'eineinein' eller 'ein ein ein'

Vi finn ei oversikt over korleis dei ulike talteikn lesast som talord i kapitlet om tal under avsnittet 'talteikn og talord'. Og vi kjem tilbake til korleis dei ulike tal lesast i kapitla for dei ulike talordenar kvar for seg, men det klargjerast at alle talordenar følgjer dei to reglane her nemnt.

Tal kan til dømes brukast til å:
- telje ei mengde,
- finne ein stad i ei mengde,
- fortelje nokon kor stor ei mengde er,
- fortelje nokon kvar ein stad i ei mengde er,
- minne oss om kor stor ei mengde er,
- utføre ulike handlingar med (rekne med),
- finne ut kva storleik det er på ein bestemt form.

4 Talorden

Det er fleire ulike måtar å telje på, fleire ulike måtar å skrive tal på, og fleire ulike måtar å ordne tal og mengder på. Den viktigaste måten å ordna mengder på, har vi i forrige kapittel blitt kjent med, nemleg talmengde. Måten vi ordnar tal på byggjer på talmengde, og derfor kan vi bruke talmengde vist som mengder til å forklare korleis vi skapar dei ulike talordenane.

På grunnlag av *kva* vi skal telje, kanskje kor mange poteter som skal kokast til ein middag, og kva eit slikt tal skal *brukast* til – kanskje det skal forteljast til andre, kanskje førast inn i eit rekneskap, har vi ulike talordenar som det viser seg å vere nyttig å skilje mellom. Dei talordenane vi skal utvikle, og lære om i denne boka, er; opphavstal, mengdetal, artstal, tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal. Vedlegget på side 65, har ei liste over alle talordenane. Lista viser blant anna omsetjing frå mengdetal og artstal til opphavstal, tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal.

Eit godt døme som gir oss eit viktig grunnlag for å forstå kva nytte vi har av tal, er å stilla oss overfor eit slikt oppdrag:
Vi får i oppgåve å telje ei mengde, og levere det talet vi får tilbake til oppdragsgjevaren.

No, oppstår med det same spørsmål om: Kva vi skal telje. Om mengda er stor eller liten. Om vi treng noko verktøy til oppdraget. Kva talordenar vi skal telje med. Det kan stå klart for oss, at skal vi telje ei lita mengde, kan vi klare oss forutan verktøy, og med kva som helst talorden – men, er mengda stor, og kanskje om mengda er spreidt på ulike stader, og det kan ta lang tid før at mengda blir ferdig talt, so kan der koma trang til både verktøy, og val av ei høveleg talorden.

4.1 Allmengdelege og uallmengdelege talordenar

Talorden kan vi fyrst og framst skilje i allmengdeleg og uallmengdeleg talorden. Allmengdelege talordenar kan brukast til alle mengder og talmengder. Uallmengdelege talordenar kan ikkje brukast til alle mengder og talmengder, men kun nokre mengder og talmengder. Dette skiljet gir oss moglegheit til å samla ulike talordenar på ein fornuftig måte i to ulike artar: Opphavstal, mengdetal og artstal som uallmengdelege talordenar, og tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal som allmengdelege talordenar.

Det skal vere klart for oss, at sidan dei allmengdelege talordenar kan brukast til alle mengder, er det dei vi vanlegvis brukar – dei uallmengdelege talordenar kan sjåast på meir som grunnleggjande talordenar som dei allmengdelege talordenar byggjer på. Vi kan forklare vidare på ein noko forenkla og skjønn måte at opphavstal står som grunnlag for mengdetal, mengdetal som grunnlag for grunntal, grunntal og mengdetal som grunnlag for artstal, mengdetal, grunntal og artstal som grunnlag for både tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal.

4.2 Regel om grunntal

Som vi skal sjå nærmare på i neste avsnitt, treng vi reglar for korleis vi skriv tal for å unngå misforståing. Den læra vi skal gå igjennom i heile kapitlet om talorden er omstendeleg, og vanskeleg, og som vi skal sjå i neste avsnitt om diem og talorden, er der mange tilhøve å tenkja på for å unngå misforståingar omkring tal sine mengder. Derfor kan vi allereie no, fortelje om ei svært viktig forenkling som gir oss moglegheit til å kunne bruke alle dei ulike talordenane, forutan å misforstå kva mengdene tala står for er. Forenklinga er at vi brukar eit valt grunntal – og vi har valt å bruke grunntalet omi, dersom ikkje noko anna er sagt. Då kan vi ved å vete om denne forenkling, bruke alle dei ulike tal i dei ulike talordenane vi skal lære om i dei påfølgande kapittel, forutan å misforstå dei. Når vi har valt eit grunntal, kan vi bruke opphavstal, mengdetal, artstal, tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal forutan at vi misforstår kva mengde dei har.

Regel for grunntal
Ved å velja eit grunntal, kan vi bruke alle dei ulike talordenane, forutan å misforstå kva mengde dei som tal står for. Forutan at noko anna er sagt, er omi valt som grunntal.

Tal treng vi til svært mykje ulikt, og derfor treng vi ein slik enkel regel som er lett tilgjengeleg. Tal kan brukast i tekst, pengar og rekneskap, dato og klokka, ruter til buss, tog og fly med meir – då er det klart at det er heilt naudsynt å unngå misforståingar. Det kan nemnast, at so lenge vi brukar regelen om grunntal, kan vi unngå i det heile tatt å bruke tost som er nevnt i avsnittet om tost.

Det er viktig å nemna at unødvendig er det likevel ikkje å lære kva tost er for noko. Ulike grunntal vil for enkelte bruksområder kunne høve seg betre – vere meir nyttige, og kunne gi til dømes kortare og enklare skrivemåte. Men i vårt kvardagsliv vil vi sjelden finne grunn for å bruke andre grunntal, og derfor er regelen for grunntal so viktig, at vi vil heller tilpassa vårt bruk av tal slik at vi kan halde oss til den, framfor å skulle gjere oss avhengige av tost.

Dei hovudsakelege forenklingane vi gjere for dei ulike talordenane, dersom vi skal bruke regelen for grunntal til å frigjere oss frå å bruke tost, er; 1. at tilleggjingstal kan brukast som både vekslebar og uvekslebar talmengde, og i følgjeordenane tilfeldig og minkande og lik, forutan at vi utrykkjer dette, 2. stikktal og uftal brukast kun som vekslebar talmengde.

For ulike bruksområder, kan det koma nytte for å til dømes unngå nokre av desse forenklingar – men då kan vi leggje ved tala vi brukar til dømes at vi har tilleggjingstal kun i minkande og lik følgjeorden, eller kun brukar vekslebar talmengde. I tillegg kan det nemnast slikt som at om meininga var å skrive eit stikktal, og vi kun brukar eitt enkelttal, kan dette misforståast å vere eit mengdetal, og omvendt. Det same gjeld for eitt enkelttal dersom vi brukar tilleggjingstal – dette kan misforståast å vere eit opphavstal eller eit artstal, og det omvendt for kvar av dei to. Men dette ser vi ikkje på som noko problem – då dette ikkje vil ha noko å sei, anna enn at eit slikt enkelttal kan vere begge deler i eit tvilstilfelle, samt at vi kan valfritt leggje ved kva talorden det har om det skulle vere tenleg å vere heilt nøyaktig til eit særskilt bruksområde – mengda tala står for er like uansett. Eit særtillegg som kan nemnast er at det einaste er talordenane opphavstal, mengdetal og stikktal, samt varige tal, som forutan grunntal kan brukast uten å misforståast – på grunn av at artstal (forutan I), uftal og tveuftal ikkje har ei mengde forutan gitt grunntal. Men dei kan til dømes ikkje vere forutan grunntal i diem når dei skal brukast saman med artest i kest – og ellers er dette mindre viktig då vi vanlegvis brukar regelen for grunntal. Vi ser at det å bruke regelen for grunntal er noko vi vanlegvis gjere – og om vi ikkje skulle bruke den, er det ved ulike særtilfeller.

Til slutt minnar vi om til særskilt nysgjerrige at talteikna for mengda lik 1, mengdetalet 1 og artstalet I, er ulik for å blant anna kunne bruke denne forenklinga. For hadde mengdetalet for mengda lik 1 hatt same talteikn som artstalet for mengda lik 1, ville vi sett at opphavstal kunne vore misforstått å vere tilleggjingstal og stikktal samt ved kun eitt enkeltteikn, óg mengdetal og artstal, og omvendt kvar for seg.

4.3 Tost
Tost er eit verktøy for å merke tal med ei talorden. Tost er fire virkarar som står etter kvarandre forutan mellomrom seg imellom. Den fyrste virkaren er for talorden, den andre for grunntal, den tredje for talmengde og den fjerde for følgjeorden.

Regel for tost
abcd, der a er talorden, b er grunntal, c er talmengde og d er følgjeorden.

I det følgjande skal vi sjå på ei oppstilling over dei ulike teikn vi brukar til tost for talordenar, grunntal, talmengder og følgjeordenar. Vi brukar store bokstavar for talordenar, talmengder og følgjeordenar, og mengdetal frå og med 2 for grunntala:

Talorden: O, M, A, T, S, U, V.
O står for opphavstal.
M står for mengdetal.
A står for artstal.
T står for tilleggjingstal.
S står for stikktal.
U står for uftal.
V står for tveutftal.

Grunntal: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G.

Talmengda: V, U.
V står for vekslebar talmengde.
U står for uvekslebar talmengde.

Følgjeorden: T, ML.
T står for tilfeldig følgjeorden.
ML står for minkande og lik følgjeorden.

Som vi ser av dei ulike teikn for talordenar, grunntal, talmengder og følgjeordenar vi brukar i tost, ser vi at alle bokstavar vi brukar er store. Dette gir blant anna eit skilje mellom bokstavar brukt til tost og til virkarar, slik at vi ikkje tek feil om kva dei er. Vi merkar oss óg at vi forutan ved følgjeorden minkande og lik som har to enkeltteikn, ellers alltid brukar eitt enkeltteikn til kvar virkar. Ofte omtalar vi forenkla dei fire ulike virkarane på same tid i tost som ei talorden saman. Det har å gjere med at det er hovudsakeleg talordenen som er viktig, då grunntalet, talmengda og følgjeordenen blir gitt den talordenen vi har valt – og har noko med korleis tala blir ordna på alle saman. Men, det er sjølvsagt viktig å kunne skilje dei fire ulike ifrå kvarandre, og då brukar vi nettopp omgrepet tost for alle dei fire virkarane. Vi legg til at den fjerde virkaren for følgjeorden brukar vi kun til tilleggjingstal. Sjå følgjelæra for lære om kva følgjer er. Døme på tost:

TAUT

Vi ser av dømet ein tost med talordenen tilleggjingstal, grunntal omi (A), talmengde uvekslebar og følgjeorden tilfeldig.

Det kan nemnast at tost er eit valfritt verktøy, slik at andre måtar å forklare kva talorden vi brukar til tal kan brukast – men tost gir eit verktøy som ikkje kan misforståast ved bruk av dei talordenar vi lærer om i denne mengdelæra. Derfor er tost eit viktig verktøy å lære seg dersom ein har nytte for ulike talordenar, grunntal, talmengder eller følgjeordenar. Andre måtar å forklare kva talorden vi brukar kan vere til dømes å skrive innleiingsvis til ein tekst, eller ei utrekning, kva talorden, grunntal, talmengde og/eller følgjeorden som blir brukt, forutan slike forkortingar vi brukar i tost – ei vanleg setning.

Lesing av tost
Vi les tost slik at vi brukar lista over som lesing, for dei ulike talordenar, grunntal, talmengder og følgjeordenar, som lesing ved å bytta ut det som enkeltteikna står for med virkarane a, b, c.

og d som vist i det følgjande: ‘Talordenen a med grunntalet b, c talmengde og d følgjeorden’ Dersom følgjeorden ikkje er med i tosten, setjast ‘og’ imellom b og c i staden for strekteiknet. Døme:

UAU

Tosten over lesast; ‘Talordenen uftal med grunntalet omi og uvekslebar talmengde’.

4.4 Regel for tost til tal
a¦b, der a er ein tost, og b er eitt eller fleire tal anten som tal åleina, i kest, i deldiem eller i diem. Vi kan valfritt bruke mellomrom mellom talordensteiknet og b.

Vi ser at vi set tosten til venstre for talordensteiknet, og talet til høgre for talordensteiknet utan mellomrom seg imellom (mellomrommet mellom talordenteiknet og b er valfritt). For dei som ikkje veit kva talordensteiknet er, sjå neste avsnitt. Døme på bruk av ein tost:

Tost til tal:
TAVT¦Å

Tost til kest:
TAVT¦Å korte likningar

Tost til deldiem:
TAVT¦(Å korte likningar + IIII korte likningar)

Tost til diem:
TAVT¦(Å korte likningar + IIII korte likningar = ÅIIII korte likningar)

4.5 Talordensteiknet
Talordensteiknet ¦ brukar vi imellom tost og eitt eller fleire tal etter regelen for tost til tal. Dette er det einaste bruksområdet for talordensteiknet. Det lesast når b i regelen for tost til tal og diem er tal ut fra eintal og fleirtal i bunden form, slik; ‘med talet’, eller ‘med tala’.

Det kan ellers gjerast klart at vi kan bruke tost forutan talordensteikn, til dømes i vanleg tekst i ei innleiing. I kest og diem, brukar vi alltid talordensteikn når vi brukar tost. I det følgjande skal vi sjå meir på korleis vi brukar tost til kest, deldiem og diem.

4.6 Kest og tost
I kest kan vi ha tost til begge dei to tala kvar for seg. Skal vi bruke same tost til begge dei to tala i kest kan vi valfritt bruke parentes – då kan vi setje tosten utanfor parentesen slik at den gjeld begge samstundes. Når det gjeld kest med artest, skal framleis artesten ha talordenen artstal – det er viktig å merke seg, men artesten får framleis det same grunntal som tosten har, dersom vi har satt ein tost utanfor kestet i parentes. Står ein tost innbyrdes i kestet får artstalet grunntal ut frå regelen for grunntal. Sjå ellers kestlæra for meir om kva kest er.

4.7 Diem og tost
I tillegg til at tost kan brukast innbyrdes i kesta i diem, kan tost nyttast på andre måtar i diem óg. Tost kan brukast til deldiem; då brukar vi alltid parentes ikring deldiemet, og alle tal innbyrdes i deldiemet får same talorden. Innbyrdes i eit deldiem med tost, kan vi ha tost til både kest og deldiem – då overstyrer dei tost innbyrdes i parentesar. Om tosten skal gjelda eit

heilt diem, brukar vi parentes ikring heile diemet slik som for deldiem.

Til slutt i dette delkapitlet om talorden ser vi på eit døme, før vi går igang med dei ulike talordenane:

TAVML¦III + SAV¦(11 + 1 + UAU¦1Å) = x

Fyrst og framst kan det seiiast at i dømet over ser vi eit diem som er sjeldant vanskeleg – sjeldan finn vi grunn til å setje framfor oss diem med so mange tost. Før vi går vidare kan vi vise korleis vi kan skrive diemet dersom vi held oss til regelen for grunntal, som viser kor enkelt dette kan skrivast – og som sjølvsagt gir den same mengda som utfall:

3 + 11 + 1 + 10 = x som gir
x = 25

Vi ser at vi eigentleg har framfor oss eit ganske enkelt reknestykkje med kun tilleggjing imellom kesta – der vi har omsett til talordenen stikktal for alle tala. Når det gjeld dømet ser vi at tosten UAU innbyrdes i tosten SAV – overstyrer slik som reglane for tost i diem er. Dei to tala 11 og 1 i deldiemet med tosten SAV blir stikktal slik som tosten tilseier. Ellers kan det nemnast at når det gjeld å rekne ut utfallet x, treng vi å omsetje alle kest til ein og same talorden.

Vi har no fått sett eit lite døme på det store emnet å oversetje imellom talordenar, dette skal vi ikkje lære meir om i denne utgåva av mengdelæra. Vi går i staden for igang med dei ulike talordenane som vi skal lære om i dei påfølgjande delkapitla.

5 Opphavstal

Opphavstal er ei talorden som kan beskrive ei likearta mengde, der vi byttar ut kvar eining i mengda med talet I. Null brukast når vi ikkje har noko mengde, når mengda er ingenting – det gjeld alle dei andre talordenane óg. Opphavstal er den enklaste talorden. Teiknet vi brukar til opphavstal har ei mengde lik 1 – det gjeld alltid. Talteiknet I er eit artstal, men som talteikn for grunnarten, har alltid talteiknet I ei mengde lik 1. Talteiknet I, er eit særskilt artstal som både kan seiiast å ha ei mengde lik grunnarten i ei talmengde, samt å ha ei mengde lik det opphøgde grunntalet i talmengda med ei opphøging lik 0. Begge gir alltid ei mengde lik 1. Opphavstalet, i tillegg til talteiknet I, er ikkje avhengig av grunntal – det er eit viktig tillegg, men som vi alt har sett i denne tallæra, brukar vi vanlegvis regelen for grunntal uansett, dette med grunntal kan vi derfor vanlegvis sjå bort ifrå uansett.

Opphavstal er ein so viktig talorden, at det kan gis ein åtvaring om at denne talordenen må einkvar lære som ynskjer å lære seg å rekne. Dette gjeld óg eigentleg tal – dei som ynskjer å lære seg tal, bør lære seg opphavstal fyrst. Det er derfor ikkje tilfeldig at vi byrjar med opphavstal av alle talordenane. Opphavstal gir det beste grunnlag for å forstå korleis dei ulike handlingar vi brukar i diem skal kunne reknast med, då opphavstal alltid eigentleg er det vi reknar om, når vi reknar. Andre framgangsmåtar å rekne på, andre enn om opphavstal, kan seiiast å vere som å ta ein snarveg i høve til rekning om opphavstal. Ellers kan vi sjå til reknelæra for meir om rekning. Vi ser på eit døme, der ei mengde er skrive med opphavstal:

IIIIII

Dømet viser ei mengde på seks, der vi ser av opphavstalet at det blir skrive slik at for kvar eining i mengda, skriv vi stadig talteiknet I til høgre for foregåande teikn. Særleg dersom opphavstalet er for stort til å til dømes kunne skrivast på éi og same linje, må vi skrive opphavstalet på fleire linjer. I eit slikt tilfelle, er opphavstalet framleis av same art, grunnarten. Døme:

IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII

5.1 Opphavstal og tost
Opphavstal brukar den store bokstaven O som teikn for talordenen i tost. Dersom vi omgjere eit opphavstal til eit deldiem, og har tost til talet, legg vi deldiemet innbyrdes i ein parentes, slik at tosten gjeld alle kest (artstal) i det nye deldiemet. Omvendt kan vi slå saman fleire artstal til eit opphavstal, der tosten utbyrdes blir gjeldande for opphavstalet.

5.2 Opphavstal og diem
Vi brukar vanlegvis opphavstal som ei talrekkje i diem, som vi omtalar kun som tal. I tillegg kan opphavstal skrivast med tilleggjingsteikn imellom enkelttala, og dette er lærerikt å sjå nærmare på. Opphavstal kan allmennt skrivast i diem slik som følgjande regel for opphavstal viser:

5.3 Regel for opphavstal
a = +[j=0,k] a(j) = a(0)a(1) ... a(k) = a(0) + a(1) + ... + a(k), der a er eit tal, a(j) er enkelttal i a lik I. Særtilfelle: Ved null er a lik 0.

Og eit døme på omsetjing av opphavstal til stikktal:

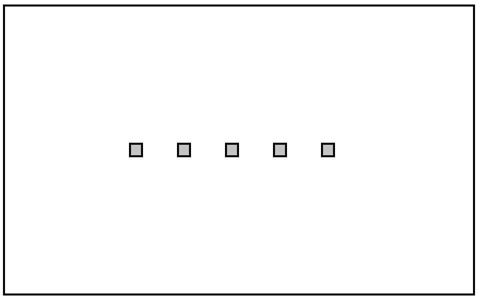
III = I + I + I = 1 + 1 + 1 = 3

Opphavstal kan også skrivast som mottal – og skrivast då slik som er vanleg for mottal med teiknet for fråtrekkjing framfor seg. Eit døme:

III – II = I + I + I – (I + I) = 1 + 1 + 1 – (1 + 1) = 3 – 2 = 1

Opphavstal er blant anna svært nyttig, for å beskrive tal i andre meir vanskelege talordenar på ein enklare måte – og er til hjelp for å finne tilbake til den opphavlege mengda til eit tal uavhengig av kva talordenen er. Opphavstal er óg ikkje berre nyttig, men heilt grunnleggjande for å forstå og beskrive ulike handlingar i handlingslæra, blant anna til å forklare korleis gonging og deling virkar. Dette kan vi lese meir om i reknelæra.

5.4 Opphavstal og talmengde
I høve til talmengde er opphavstal ei likearta talmengde, der vi alltid brukar grunnarten som art. Opphavstala kan vere både vekslebare talmengder og uvekslebare talmengder. Eit døme der vi ser eit opphavstal med mengda fem:



Bilete 7 – opphavstal som talmengde

Vi ser at opphavstalet er likearta, består av grunnarten og har ei delmengde på fem – og brukar vi regelen for grunntal er opphavstalet vekslebart.

5.5 Vekslebar og uvekslebar
Når det gjeld vekslebare og uvekslebare opphavstal, får opphavstal eit særtilfelle i høve til dei vanlege reglar som gjeld talmengde. Når det er gitt grunntal til eit opphavstal, kan det skiljast i vekslebart opphavstal og uvekslebart opphavstal i høve til talmengda, der opphavstalet framleis har kun éin art, grunnarten, og der delmengda er mindre enn grunntalet som vekslebart, og større eller lik grunntalet som uvekslebart. Særtilfellet er at då opphavstal kun har éin art, kjenner vi derfor nok om den mengda opphavstalet hadde før ei veksling skjer, slik at vi alltid kan veksla tilbake – opphavstalet er derfor alltid vekslebart – men når vi ser til talmengde, skiljer vi likevel opphavstalet i vekslebart og uvekslebart.

5.6 Opphavstal og følgje
Opphavstal har lik følgjeorden – dette tyder at vi stadig har like følgjer. Når mengda er større enn 1, har vi påfølgjande enkelttal lik I etter det fyrste enkelttalet.

5.7 Allmengdeleg og uallmengdeleg
Opphavstal er ei uallmengdeleg talorden. Dette er på grunn av at opphavstal kun har heiltalige mengder – deltalige mengder treng minst to kest med ei deling seg imellom, eller til dømes ein artest eller artstal som eining i kestet som gir deltal. Døme:

I : III

I dømet ser vi eit deltal skrive som to opphavstal i kvart sitt kest med handlinga deling seg imellom.

Når det gjeld skilnaden mellom allmengdeleg og uallmengdeleg, skal vi sjå på eit særtilfelle som gjeld opphavstal når det står saman med artest, eller artstal som eining, i kest. Sjå avsnittet om säropphavstal.

5.8 Teljing med opphavstal

Når vi har framfor oss ei mengde og skal telje den, egnar opphavstal seg ved bruk av verktøy. Teljing ved opphavstal egnar seg ikkje ved hukommelsen åleine, fordi er mengda stor gløymer vi raskt dei foregåande enkelttal som vi har talt. Med eit verktøy som papir, skriv vi talet I for kvar teljing, og det er blant anna ein teljemåte som egnar seg godt for opphavstal. Den kan utøvast med ulike verktøy som papir, datamaskin og liknande. Valfritt kan vi skrive tilleggjingsteikn imellom enkelttala – men dette er sjølvsagt noko vi vanlegvis vil unngå for å spara flate. Eit døme:

IIIIIIIIIIIII eller I+I+I+I+I+I+I+I+I+I+I+I+I

5.9 Lesing av opphavstal

Når vi brukar talet I, som teikn – les vi til dømes opphavstalet III... , slik: 'oin oin oin ...' og so vidare alt etter kor stort opphavstalet er. Dette viser til ein av svakheitene ved opphavstal, for når mengdene er store, egnar dei seg dårleg til å kunne fortelje dei til andre. Eit opphavstal skrive på eit papir derimot gir eit godt inntrykk av kor stor mengda til opphavstalet er, og er ein av styrkane til opphavstal, ved at der er like mange teikn i opphavstalet som av einingar i den opphavleg talte mengda. Tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal kan for mange vere vanskelegare å forstå, når det gjeld kva den opphavlege mengda til eit tal er. For meir om lesing av opphavstal, sjå dei reglar som gjeld lesing av alle talordenar, som vi finn under avsnittet; 'Meir om lesing av tal', i kapitlet om tal på side 13. Eit døme på opphavstal med lesing:

III

Lesing: 'oinoinoin'.

5.10 Säropphavstal

Säropphavstal er eit omgrep for opphavstal som står saman med artstal anten som artest eller som ei eining i kest. Årsaka til at vi har eit eige omgrep for dette, er blant anna fordi säropphavstal er eit viktig verktøy i reknelæra. Säropphavstal er allmengdeleg på grunn av at grunnarten til opphavstalet i kestet saman med artstalet endrast til ein minsteart av artstalet - og sidan alle artar i ei talmengde kan løysast opp i minstearten, veit vi at alle mengder kan brukast til säropphavstal i dette tilfellet. Dette er det viktigaste skiljet mellom opphavstal og säropphavstal. Opphavstal er uallmengdelege, og säropphavstal er allmengdelege. Säropphavstal brukast alltid som vekslebar, uavhengig av kva grunntal som er valt, og kva opphavstalet for seg sjølv er.

Dersom vi møter omgrepet säropphavstal kan vi derfor vete at vi har å gjere med eit opphavstal saman med eit artstal anten som artest eller som eining i kest.

5.11 Oppsummering av reglane for opphavstal

1. Opphavstal brukar kun eitt teikn, talteiknet I – som har ei mengde på 1, lik grunnarten i ei talmengde.
2. Er mengda ingenting, kan vi bruke teiknet for null.
3. For kvar eining i ei mengde, skriv vi talet I til høgre for foregåande teikn, på ei og same linje.
4. Er eit opphavstal for stort til å kunne skrivast på ei linje, fører vi opphavstalet på det antall linjer naudsynt. (Dette forekjem oftare ved opphavstal enn andre talordenar.)
5. Opphavstal er ei uallmengdeleg talorden, som kun har heiltalige mengder.
6. Deltal må med opphavstal skrivast som ei deling med to opphavstal.
7. Opphavstal er likearta.
8. Opphavstal kan både vere vekslebare og uvekslebare.
9. Săropphavstal er opphavstal saman med artstal som anten artest eller som eining i kest. Săropphavstal er allmengdelege, og alltid vekslebare.

6 Mengdetal

Mengdetal er ei talorden med heiltalige varige mengder frå 0 og oppover medtalig, med mengda 1 seg imellom innbyrdes. Mengdetal har ei motsetjing iforhold til artstala sidan mengdetal alltid har ei varig mengde. I høve til opphavstal kan vi sei at alle mengdetal er lik vekslebare opphavstal med grunntal frå og med 2 – som gir medtalige mengdetal frå og med 1. Mengdetala er alltid eit enkelttal. Mengdetala vi brukar i denne mengdelæra er:

0, 1, 2, 3 , 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G.

Vi ser her kun mengdetal frå og med 0 til og med G - sjå avsnittet om mengdetal og videreutvikling for meir om fleire talteikn enn dei. Eit døme på eit mengdetal:

1

6.1 Mengdetal og tost

Mengdetal brukar den store bokstaven M som teikn for talordenen i tost.

6.2 Mengdetal og diem

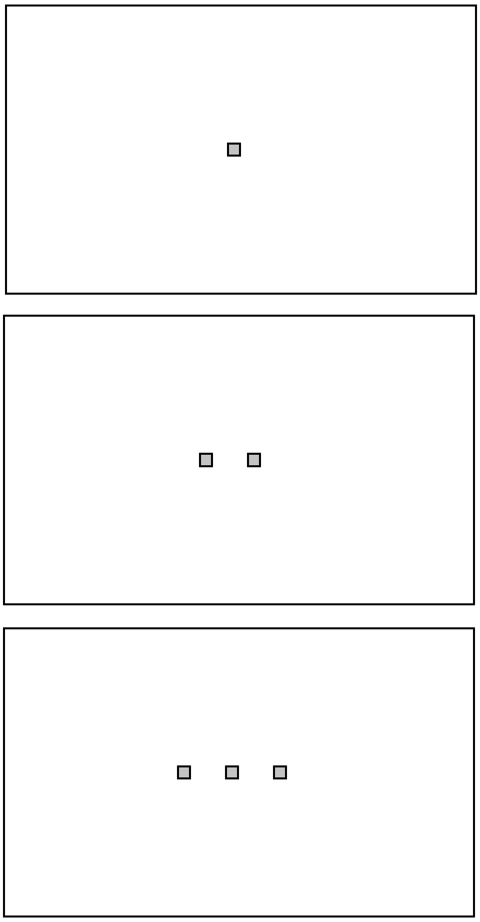
Mengdetala er alltid eitt enkelttal, og har derfor ikkje rekneteikn slik som vi har sett opphavstal kan ha.

6.3 Regel for mengdetal

a, der a er eit mengdetal. Mengdetal er heiltal frå 0 og oppover medtalig, med mengda 1 seg imellom innbyrdes.

6.4 Mengdetal og talmengde

Mengdetal er tal for heiltalige mengder frå 0 og aukande medtalig, med mengda 1 seg imellom innbyrdes. Kvart mengdetal er derfor ei delmengde med grunnarten i ei likearta talmengde, og kvart mengdetal står for seg sjølv i talordenen som ei eiga talmengde - sidan mengdetal kun har eitt enkeltteikn. Eit bilete som viser dei tre fyrste mengdetala større enn 0; 1, 2 og 3, som tre ulike talmengder:



Bilete 8 – tre ulike mengdetal som talmengde

6.5 Vekslebar og uvekslebar

Når det gjeld vekslebare og uvekslebare mengdetal, gjeld det same som for opphavstal; mengdetal får eit særtilfelle i høve til dei vanlege reglar som gjeld talmengde. Når gitt grunntal til eit mengdetal, kan det skiljast i vekslebart og uvekslebart i høve til talmengda, der mengdetalet framleis har kun éin art, grunnarten, og der delmengda er mindre enn grunntalet som vekslebart, og større eller lik grunntalet som uvekslebart. Særtilfellet er at då mengdetal kun har éin art, kjenner vi derfor nok om den mengda mengdetalet hadde før ei veksling skjer, slik at vi alltid kan veksla eintydig tilbake – mengdetalet er derfor alltid vekslebart – men når vi ser til talmengde, skiljer vi likevel mengdetalet i vekslebart og uvekslebart.

Vi legg til at mengdetal kunne fått same bruksområde som væropphavstal, men som vi ser av denne mengdelæra, brukar vi her kun talteikn frå 0 til G, som gir ei størst mogleg mengde på 16. Opphavstala kan gi alle ulike heiltalige mengder frå og med 0 til tilnærma uendeleg, med kun eitt enkeltteikn I (!). Dette er årsaka til at vi ikkje brukar mengdetala på same måte som særopphavstal brukast. Sjå ellers avsnittet om særopphavstal for meir om særopphavstal.

Eit døme for vekslebare og uvekslebare talmengder kan vere at vi vel grunntalet omi (A), og då blir mengdetalet vekslebart for alle mengdetal frå og med null til ni, og uvekslebart frå og med omi (A) og oppover.

6.6 Mengdetal og følgje

Mengdetal har ikkje følgjer, då mengdetala kun har eitt enkelttal.

6.7 Allmengdeleg og uallmengdeleg
Mengdetal er som opphavstal ei uallmengdeleg talorden. Dette er på grunn av at mengdetal kun har heiltalige mengder – for å få deltalige mengder treng vi to kest med ei deling seg imellom, eller ein artest, eller artstal som eining, mindre enn I i kestet. Eit døme:

1 : 3

I dømet ser vi eit deltal skrive som to mengdetal i kvart sitt kest med handlinga deling seg imellom.

Det kan nemnast får å få da klart; slik som opphavstal, blir mengdetal ei allmengdeleg talorden dersom vi har artest, eller artstal som eining, saman med mengdetalet i eit kest.

6.8 Teljing med mengdetal
Teljing med mengdetal virkar godt forutan verktøy – men ei svakheit er at når mengda er stor krever mengdetal at vi må kunne svært mange ulike talteikn. Mengdetal kan derfor høve seg godt som ei innlæring av dei fyrste talteikna, der vi heller går over til stikktal når vi fyrst har lært dei. Teljing av dei talteikn vi får inntil eit gitt grunntal, er lik for dei to nevnte talordenane.

Når det gjeld hukommelsen, treng vi kun hugse det siste mengdetalet for kvar teljing for å vete kor stor ei mengde er, og derfor ser vi at mengdetal egnar seg for teljing forutan verktøy. Eit døme på korleis ei teljing med mengdetal blir på papir, som gir oss eit bilete på at når vi tel ved hukommelsen, kan vi stadig gløyme dei foregåande teljingar:

~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ 9

Vi ser at dei foregåande teljingar stadig blir unødvendige, og at vi kun treng mengdetalet til siste teljing.

6.9 Lesing av mengdetal
Mengdetal lesast som talorda tilhøyrande kvart talteikn som vist i lista under:

Talteikn	Talord
G	Seksten
F	Femten
E	Fjorten
D	Tretten
C	Tolv
B	Elleve
A	Omi
9	Ni
8	Åtte
7	Sju
6	Seks
5	Fem
4	Fire
3	Tre
2	To
1	Ein, ei, eit, eine (Éin, éi, eitt)
0	Null

Tabell 1

For meir om lesing av mengdetal, sjå dei reglar som gjeld lesing av alle talordenar, som vi finn under avsnittet; 'Meir om lesing av tal', i kapitlet om tal på side 13.

6.10 Mengdetal og videreutvikling

Dersom det oppstår trong for fleire talteikn til mengdetala, legg vi til neste påfølgande talteikn for heiltalige medtal frå og med det siste ein har lagt til – som vi ser av lista i tabell 1 er neste påfølgande talteikn for ei mengde lik 17.

6.11 Oppsummering av reglane for mengdetal

1. Mengdetal har alltid eitt enkeltteikn.
2. Mengdetal er uallmengdelege.
3. Mengdetal er både vekslebare og uvekslebare når vi ser til talmengda.
4. Mengdetal er ei delmengde med grunnarten i ei likearta talmengde.
5. Mengdetal brukar den store bokstaven M som teikn for talordenen i tost.
6. Mengdetal blir allmengdelege saman med eit artstal som artest, eller eit artstal som eining.

7 Artstal

Artstal er tal for dei ulike artar i ei talmengde. Dei er bygt opp av eit opphøgja grunntal, der opphøginga er både medtalige og mottalige heiltal frå 0. Artstal har ei motsetjing iforhold til mengdetala sidan artstal alltid treng eit stemt grunntal for å få ei varig mengde, og er derfor virkig sjølv. Artstal er alltid eit enkelttal. Artstala vi brukar i denne mengdelæra er:

0, X, W, V, I, Å, N, M.

Vi ser her kun artstal med medtalige opphøgingar frå og med 0 til og med 3, og mottalige opphøgingar frå 0 til og med -3. Dette er litt få, då M kun har ei mengde på 1000, og X ei mengde på 0.001 – slik at det blir eit noko lite omfang av ulike mengder vi kan beskrive når vi kun har desse artstala - men det er meir enn nok for å forstå korleis dei ulike talordenane skal brukast. Sjå avsnittet om artstal og videreutvikling for meir om fleire talteikn enn dei talteikn vi her har sett på. Eit døme på eit artstal:

I

Vi ser på ei liste for korleis artstala vi brukar i denne læreboka ser ut saman med det opphøgde grunntalet som mengdetal, ei omsetjing til stikktal og det opphøgde grunntalet utvida til eit deldiem:

M = a / 3 = 1000 = 1 · a · a · a
N = a / 2 = 100 = 1 · a · a
Å = a / 1 = 10 = 1 · a
I = a / 0 = 1 = 1
V = a / -1 = 0.1 = 1 : a
W = a / -2 = 0.01 = 1 : a : a
X = a / -3 = 0.001 = 1 : a : a : a

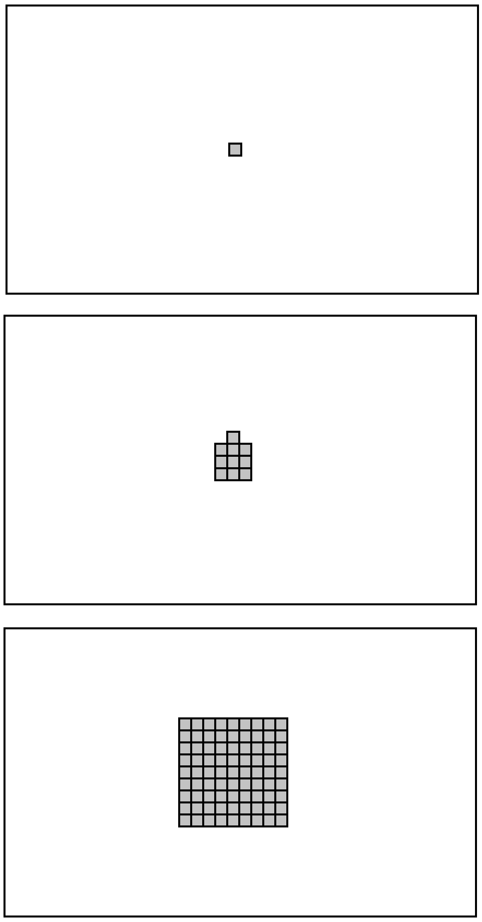
Virkaren a er her eit valt grunntal. Det er svært viktig å her forstå, at artstala faktisk er dei same uavhengig av kva grunntal vi brukar – samt er opphøginga til kvar art, som vi ser av lista alltid den same for kvar enkelt art.

7.1 Artstal og tost
Artstal brukar den store bokstaven A som teikn for talordenane i tost.

7.2 Artstal og diem
Artstala er alltid eit enkelttal, og har derfor ikkje rekneteikn slik som vi har sett opphavstal kan ha.

7.3 Regel for artstal
a = b / c, der a er eit artstal, b er eit grunntal og c er eit heiltal. Der ein av virkarane a, b eller c er utfallig.

7.4 Artstal og talmengde
Artstal er tal for artane i ei talmengde. Då vi kun skal ha eitt enkelttal i artstal får vi ei likearta talmengde med arten til artstalet, og med ei delmengde på 1. Eit bilete som viser dei tre artstala for opphøgingar med heiltalige medtal frå og med 0; 0, 1 og 2, som tre ulike talmengder:



Bilete 10 – tre ulike artstal som talmengder

7.5 Vekslebar og uvekslebar
Artstal er den einaste talordenen som ikkje både kan vere vekslebar og uvekslebar. Artstal kan kun vere vekslebar, då delmengda til arten, som er ein minsteart, kun kan vere lik 1. Og det er uavhengig av kva grunntal vi brukar, fordi ingen grunntal gir ei mindre delmengde enn 1 – det minste grunntalet 2, gir ei delmengde på nettopp 1.

7.6 Artstal og følgje
Artstal har ikkje følgjer, då artstala kun har eitt enkelttal.

7.7 Allmengdeleg og uallmengdeleg
Artstal er ei uallmengdeleg talorden. Det er få mengder vi kan bruke saman med artstal – for dei talteikn vi brukar i denne mengdelæra, får vi høvesvis; 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100 og 1000. Vi ser at minst alle dei mengder imellom desse talteikn innbyrdes er mengder vi ikkje får omtalt med artstal – og imellom alle andre talteikn vi kan vidareutvikle artstala med (sjå avsnittet om artstal og vidareutvikling for meir om utviding av artstal), vil ha tilsvarande mengder seg imellom som vi ikkje kan bruke.

7.8 Teljing med artstal
Artstal egnar seg svært sjeldan til å skulle telje med – då må det i tilfelle vere eit svært særskilt bruksområde. Til dømes eitt som kan nemnast er jo om vi skulle telje dei ulike artane i ei talmengde, då kunne det egna seg å telje med artstal. Men dette er svært sjeldan vi skulle få bruk for å gjera. Teljing er uansett tilsvarande som for mengdetal; egnar seg ved hukommelsen då vi alltid kan gløyma dei foregåande teljingane, forutan den siste. Artstal har

artar som både aukar i mengde, og som minkar i mengde – uavhengig av kva art ein set som fyrst, vil ei teljing kunne vere anten minkande eller aukande. Vi ser at slik vi vanlegvis tel ei mengde, er ikkje slik vi tel med artstal – og derfor er bruksområda få. Vi ser avslutningvis på eit døme der vi tel ifrå I og aukande, slik som vi tilsvarande såg på for mengdetal:

I Å N M

7.9 Lesing av artstal

Mengdetal lesast som talorda tilhøyrande kvart talteikn som vist i tabell 4 under:

Talteikn	Talord
M	Tusen
N	Hundre
Å	Ti
I	Oin
V	Tidel
W	Hundredel
X	Tusendel
0	Null

Tabell 4

Her er det viktig å klargjere at når vi brukar artstal som tal, og ikkje eining, les vi dei utelukkande slik som talorda er vist i tabell 4. Til dømes uftalet 2V, lesast 'to tidel' og ikkje 'to tidelar'. Vi legg til at eit kest der artstalet er ei eining som til dømes kestet 2 V, lesast; 'to tidelar' - der vi legg merke til at artstalet er bøygd i ubunden fleirtal. For meir om lesing av artstal, sjå dei reglar som gjeld lesing av alle talordenane som vi finn under avsnittet; 'Meir om lesing av tal', i kapitlet om tal på side 13.

7.10 Artstal og vidareutvikling

Dersom det oppstår trong for fleire talteikn til artstala, legg ein til neste talteikn anten ved aukande eller minkande mengde, frå høvesvis det talteiknet med størst eller minst mengde. Då høvesvis aukar eller minkar vi det heiltalige medtalet eller mottalet som grunntalet skal opphøgast med, med ei mengde på 1. Av lista i tabell 4 ser vi at mengda til neste heiltal som er auke med 1 er 4, og mengda til neste heiltal som er minke med 1 er -4.

Minnar her om at deltalige artstal, får same namn som det heiltalige artstalet 1 kan delast med for å få eit deltalig artstal, tillagt etterstavinga –del. Eit døme: V er 1 delt på Å (ti), og derfor får V talordet tidel, der vi legg merke til etterstavinga -del. Og på grunn av dette kan vi sei at dersom det oppstår trong for fleire talteikn, er det fornuftig å leggja til talteikn for både aukande og minkande mengde på same tid.

7.11 Oppsummering av reglane for artstal

1. Artstal er tal for dei ulike artar i ei talmengde.
2. Artstal er alltid likearta.
3. Artstal er uallmengdelege.
4. Artstal er vekslebare.
5. Artstal brukar den store bokstaven A som teikn for talordenen i tost.
6. Artstal har alltid eitt enkelttal.

8 Tilleggjingstal

Tilleggjingstal er ei talorden for eitt eller fleire artstal i ei talrekkje, der vi kan setje tilleggjingsteikn imellom kvart enkelttal. Tilleggjingstal byggjer vidare på den orden artstal har, er ei talorden for ei ulikearta mengde, og har fleire talteikn sidan dei kan beskrive fleire ulike artar. Nøyaktig som opphavstal, kan som nemnt tilleggjingstal få tilleggjingsteikn imellom kvart enkelttal i tallrekka, og det er dette namnet til tilleggjingstal kjem av. Dette ser vi nærmare på i avsnittet om tilleggjingstal og diem.

Det er no viktig å sei litt om korleis talteikna vi brukar til tilleggjingstal er valt, og kvifor vi brukar nettopp dei. Talteikna kunne hatt andre mengder enn dei talteikna som vi brukar. Faktisk kunne vi eigentleg ha brukt kva som helst talteikn, til og med alle slags varige tal, til tilleggjingstal - men vi får betre nytte av tilleggjingstal ved å velja artstala. I neste kapittel skal vi lære meir om stikktal, det er ei talorden som har vore meir vanleg, og som fleire derfor er kjend med - når vi brukar artstal til tilleggjingstal byggjer begge dei to på talmengde (det gjere uftal og tveuftal óg). Artstala er derfor dei best egna talteikna å bruke saman med tilleggjingstal, då tilleggjingstala får den same orden som ei talmengde.

På grunn av at vi vel slike talteikn til tilleggjingstala, er der ei nær samanheng mellom tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal og dei blir enklare å lære seg, enklare å utvikle, samt langt enklare å omsetje seg imellom. Vi brukar ikkje andre talteikn enn artstal til tilleggjingstal. Det kan leggjast til, at dersom tilleggjingstal kun brukar talet I, i tillegg til null, er det eigentleg likt som opphavstal – vi kan derfor óg sei omvendt at opphavstal eigentleg er eit tilleggjingstal, men kun med éin art, grunnarten. Det kan det vere kjekt å vete om. Eit døme på eit tilleggjingstal:

MNÅI

8.1 Tilleggjingstal og tost

Tilleggjingstal brukar den store bokstaven T som teikn for talordenen i tost. Dersom vi omgjere eit tilleggjingstal til eit deldiem, og vi har tost til talet, legg vi deldiemet til i ein parentes, slik at tostet gjeld alle kest (artstal) i det nye deldiemet. Omvendt kan vi slå saman fleire artstal til eit tilleggjingstal, der tosten utbyrdes blir gjeldande for tilleggjingstalet.

8.2 Tilleggjingstal og diem

Dersom vi omgjere eit tilleggjingstal til eit deldiem, kan vi setje tilleggjingstal imellom kvart enkelttal. Enkelttala får talordenen artstal, dersom der ikkje er nokon tost til tilleggjingstalet. Ellers gjeld vanlege reglar for tost.

8.3 Regelen for tilleggjingstal

Regelen for tilleggjingstal brukar regelen for ulikearta talmengde som grunnlag. Det kan nemnast at det gjere alle dei fire allmengdelege talordenane. Vi brukar kun artstala vist ved virkarane $d^{I}1$, $d^{I}2$ og so vidare, i regelen for ulikearta talmengde til regelen for tilleggjingstala.

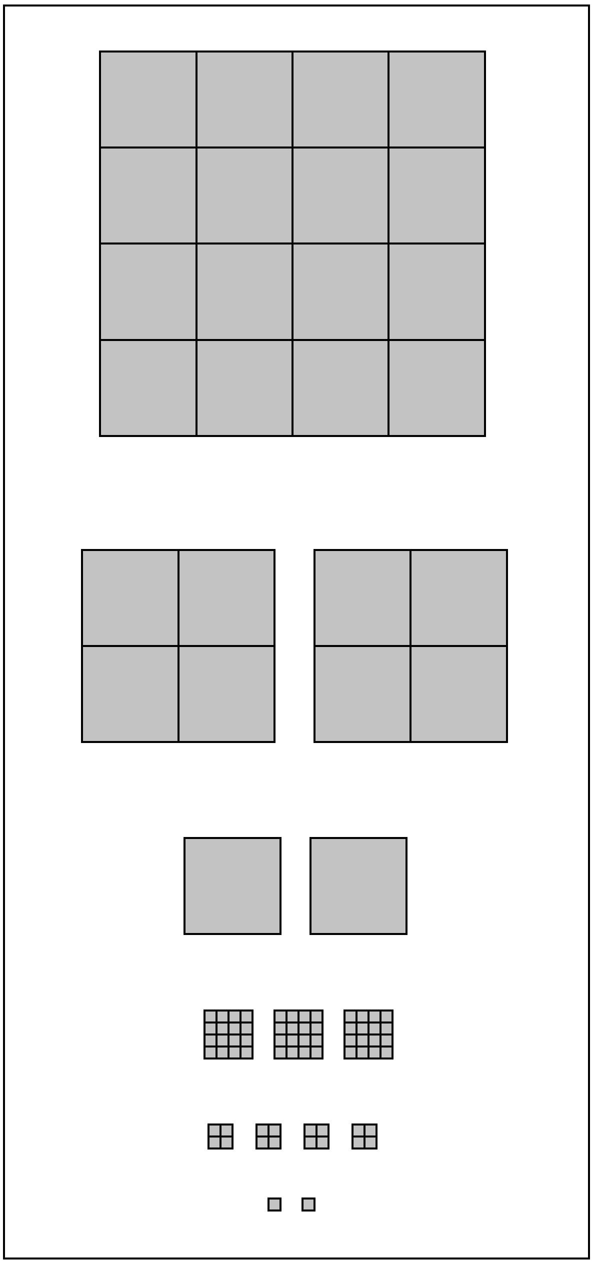
Regel for tilleggjingstal
a = +[j=0,k] a(j) = a(0)a(1) ... a(k) = a(0) + a(1) + ... + a(k), der a er eit tilleggjingstal, a(j) er enkelttal som artstal. Enkelttala som artstal kan vere ordna i ulike følgjeorden. (Minkande, tilfeldig, aukande, minkande og lik og aukande og lik.) Ved null er der kun eitt enkelttal lik 0.

Vi ser av regelen for tilleggjingstal at enkelttala som artstal kan ordnast i ulike følgjeorden – dette skal vi sjå nærmare på i avsnittet for 'tilleggjingstal og følgjer'. Eit døme på eit tilleggjingstal med ei minkande følgje som blir omgjort til eit deldiem:

MNÅI = M + N + Å + I

8.4 Tilleggjingstal og talmengde

Tilleggjingstal er ei ulikearta talmengde - som sjølvsagt óg kan vere likearta dersom vi brukar kun ein art. Som talmengder kan tilleggjingstal ha fleire artar. Har tilleggjingstalet fleire artar enn ein, kan vi bruke omgrepa størsteart, minsteart og grunnart som vi brukar for talmengde ellers. Tilleggjingstal kan vere både vekslebare og uvekslebare – dette kjem vi tilbake til i neste avsnitt om 'vekslebar og uvekslebar'. Vi ser på eit bilete (bilete 11) for eit tilleggjingstal vist som ei talmengde, med 6 ulike artar, der 5 av dei har ei delmengde større enn 1:



Bilete 11 – ei talmengde

Vi ser av biletet at grunnarten er den fjerde arten nedanfrå, grunntalet er fire. Vi har valt grunntal fire på grunn av at då kan vi teikna langt fleire artar på ei mindre flate enn ved grunntalet omi. Tilleggjingstalet for denne talmengda kan vi skrive i følgjeorden minkande og lik slik:

NÅÅIIVVVWWWWXX

8.5 Vekslebar og uvekslebar
Tilleggjingstal kan både vere vekslebare og uvekslebare. Delmengda til kvar av artane som enkelttal i vekslebare tilleggjingstal, er mindre enn mengda til grunntalet, og delmengda til minst ein art som enkelttal i uvekslebare tilleggjingstal, er lik eller større enn mengda til grunntalet.

8.6 Tilleggjingstal og følgje
Tilleggjingstala sine enkelttal kan ordnast på ulike måtar innbyrdes – ha ulike følgjeorden. Enkelttala kan ha aukande følgje der minste enkelttal kjem fyrst, minkande følgje der det største enkelttal kjem fyrst, tilfeldig følgje der enkelttala er i ei tilfeldig orden (som vi kunne kalla uorden), minkande og lik følgje og aukande og lik følgje. Vi kunne sjølvsagt óg hatt fleire, men dette er dei vanlegaste som vi har bruksområder for.

Når det gjeld grunntalet til tilleggjingstal, kan vi alt etter om vi skal ha vekslebare eller uvekslebare tilleggjingstal, ha høvesvis færre like enkelttal enn mengda til grunntalet, eller like mange eller fleire enkelttal enn mengda til grunntalet. Derfor kan vi klargjere at når det gjeld minkande og lik følgje og aukande og lik følgje, vil vi ved vekslebare tilleggjingstal kun sjå ei mengde like enkelttal mindre enn grunntalet si mengda. Vi ser på eit døme med høvesvis tilfeldig følgje, minkande og lik følgje og aukande og lik følgje:

WÅIIWVWVXÅNVXW = NÅÅIIVVVWWWWXX = XXWWWWVVVIIÅÅN

Av dømet ser vi at det er enkelt å endre følgje. Vi har no lært at tilleggjingstal kan ha ulike følgjer – i det følgjande skal vi bruke tilleggjingstal kun saman med følgjene minkande og lik og tilfeldig. Tilfeldig følgje brukar vi av og til når vi tel, eller når vi reknar med tilleggjingstal. Når vi er ferdig med ei teljing eller ei rekning, ordnar vi følgja om til minkande og lik – slik at utfallet vi får til slutt har ei følgje som gjere det enklare å få oversikt over kva for mengde tilleggjingstalet har. Aukande ser vi altso bort ifrå på grunn av at det ikkje er naudsynt å bruke både minkande og aukande følgje - vi vel å bruke minkande.

8.7 Tilleggjingstal og veksling
Veksling av talteikna til tilleggjingstal gjere vi i hovudsak for å slå saman mindre artar til større, slik at tilleggjingstalet blir kortast mogleg – færrast mogleg enkelttal i talrekkja. Med formål om å til dømes kunne vise eller fortelje til andre tilleggjingstalet på ein enklast mogleg måte. Vi kan sei at vi vekslar uvekslebare tilleggjingstal til vekslebare tilleggjingstal.

Vi vekslar etter at tilleggjingstalet er ordna i minkande orden, og vi går fram slik: Vi byrjar med enkelttala til minstearten, og slår dei saman til nærmaste moglege større artstal, deretter byrjar vi å slå saman talteikna med nest minst art og gjere det same med dei som med talteikna til minstearten – og vi fortsett slik inntil vi er ferdig med størstearten. Når vi er ferdig, står vi att med eit tilleggjingstal som ikkje kan vekslast vidare – men er den kortaste måte å skrive den mengda tilleggjingstalet har på. Det kan nemnast at tilleggjingstalet er alltid kortare, og har færre enkelttal, når det er veksla på denne måten. Vi går fram slik:

NÅÅÅÅÅÅÅÅÅIIIIIIIII = NN
N Å

Som vi ser av dømet, byrjar vi med minstearten – og vekslar dei om mogleg. Og vi ser av dømet at IIIIIIIII kunne vekslast til Å. Deretter kunne ÅÅÅÅÅÅÅÅÅÅ vekslast til N. Utfallet blei NN. Vi ser at vi skriv vekslinga under tilleggjingstalet. Når vi utfører ei slik veksling kan vi bruke tabellen på side 65.

Framgangsmåte for å veksle uvekslebare tilleggjingstal til vekslebare tilleggjingstal:

1. Vi ordnar talteikna i minkande orden.
2. Vi byrjar med minstearten, og vekslar mindre artar til større, inntil det ikkje lenger er mogleg å veksle meir.
3. Som hjelp kan vi skrive veksla artar under tilleggjingstalet, samt stryke ut allereie veksla enkelttal som blir veksla fleire gongar.

8.8 Allmengdeleg og uallmengdeleg

Då vi kan ha ei uavgrensa mengde artar, er tilleggjingstal slik som talmengde - allmengdeleg. Dette tyder at vi kan bruke tilleggjingstal til alle mengder.

8.9 Teljing med tilleggjingstal

Teljing med tilleggjingstal, er som for opphavstal, der vi i tillegg kan bruke fleire artstal med kvar sine delmengder. Det vil sei at for kvar eining vi tel, brukar eit artstal, der vi i tillegg til å ha artstalet I som opphavstal har, óg kan telje med større og mindre artar. Teljing med tilleggjingstal egner seg som regel betre enn opphavstal kun ved hukommelsen – fordi tilleggjingstal åpnar for at vi kan telje langt større mengder med færre enkelttal i talrekka. Likevel treng vi ofte eit verktøy, for å unngå å gløyma dei foregåande enkelttal som er talt dersom mengda er stor.

Den vanlegaste måten å telje med tilleggjingstal, er ved hjelp av papir, der vi skriv ned kvart artstal etterkvart som vi tel ei mengde. Når vi brukar eit slikt verktøy, kan vi etter at vi har talt ei mengde ferdig, og som regel har eit tilleggjingstal som er uordna i ei tilfeldig rekkjefølgje, ordna det i minkande og lik følgje, og utføre ei veksling til slutt. Dette gir at vi forenkla kan telje ved å stadig skrive ned artstal etterkvart som vi tel til høgre for føregåande artstal – der vi kan bruke kva som helst artstal – vi kan altso få ei tilfeldig følgje under teljinga. Eit døme der vi har talt ei mengde og har eit tilleggjingstal i tilfeldig følgje, som vi ordnar til minkande og lik følgje, og til slutt vekslar:

IIIÅIIÅIIINIII = NÅÅIIIIIIIIII = NÅÅÅI
Å

8.10 Lesing av tilleggjingstal

Tilleggjingstal les vi frå venstre til høgre teikn for teikn. Tilleggjingstalet i dømet over les vi derfor slik; 'hundre ti ti ti ein'. Sjå tabell 2 i kapitlet om tal på side 10, for ei liste over dei artstal vi brukar til tilleggjingstal. For meir om lesing av tilleggjingstal, sjå dei reglar som gjeld lesing av alle talordenar som vi finn under avsnittet; 'Meir om lesing av tal', i kapitlet om tal på side 13.

8.11 Tilleggjingstal og vidareutvikling

Skal vi bruke fleire artar til tilleggjingstal enn dei artstala 0, X, W, V, I, Å, N, M, kan vi vidareutvikle med fleire artar på same måte som for artstal; ved å auke mengda artstal, som vi kan sjå meir om i avsnittet 'artstal og vidareutvikling' i delkapitlet om artstal.

8.12 Oppsummering av reglane for tilleggjingstal

1. I tilleggjingstal kan vi bruke eit eller fleire artstal.
2. Kvart enkelttal gir kvar for seg ei innbyrdes delmengde av arten til artstala.
3. Vi kan skrive tilleggjingsteikn mellom artstala i diem.
4. Tilleggjingstal er allmengdelege.
5. Tilleggjingstal kan vere likearta og ulikearta.
6. Tilleggjingstal brukar den store bokstaven T som teikn for talordenen i tost.
7. Tilleggjingstal brukar vi saman med følgjeorden minkande og lik og tilfeldig.
8. Tilleggjingstal kan vekslast slik at uvekslebare talmengder forkortast til vekslebare.

9 Stikktal

Stikktal er ei talorden der kvart enkelttal er eit mengdetal, og der eit stikkteikn brukast imellom heiltal og deltal. Heiltalet står til venstre for stikket, og deltalet står til høgre. Stikktal sine enkelttal er delmengdene til ulike artar i ei talmengde som mengdetal. Ser vi til tilleggjingstal, er delmengdene til artane i ei talmengde gitt ved at vi har ei tilsvarande delmengde av artstala til artane, i talet. På grunn av at stikktalet kun har enkelttal som mengdetal er der trong til å ha nokre tilleggsreglar; 1. dersom nokre artar imellom størstearten og grunnarten, samt grunnarten sjølv manglar i talmengda, må dei skrivast som ei delmengde på 0, 2. dersom nokre artar imellom grunnarten og minstearten i talmengda manglar, må delmengdene av dei skrivast som 0. Dette er naudsynt for å unngå å misforstå kva artar mengdetala står for. Enkelttala er ordna etter stad i stikktalet slik at grunnarten står til venstre for stikket, der arten aukar mot venstre inntil størstearten, og der enkelttala som deltal til høgre for stikket minkar inntil minstearten. Eit døme på eit stikktal:

1.1

Vi brukar omgrepet tideling for dei enkelttal til høgre for stikket. Og vi seier til dømes at eit tal har tre tidelingar dersom der er tre enkelttal til høgre for stikket. Dømer på stikktal:

0.5, 3.2, 8.44

Merknad: Vi seier at 0.5 har ein tideling, og at 8.44 har to tidelingar.

Tilleggsreglar:
Sidan vi kun brukar stikk dersom stikktalet har eit deltal, unngår vi skrivemåtane 'a.' og 'a.-' – altso der a står for ein virkar som eit heiltal med påfølgande stikk anten med eller utan minketeikn – for stikktal, sidan dei ikkje er eit stikktal då det manglar deltal. Eit døme:

'12.' og '12.-'

Det kan gjerast klart at vi alltid brukar stikkteikn imellom heiltal og deltal i stikktal, og ikkje strekteikn.

9.1 Stikktal og tost
Stikktal brukar den store bokstaven S som teikn for talordenen i tost. Dersom vi omgjere eit stikktal til eit deldiem, og vi har tost til talet, legg vi deldiemet innbyrdes ein parentes, slik at tosten gjeld alle kest i det nye deldiemet. Omvendt kan vi slå saman fleire kest og/eller deldiem til eit stikktal, dersom vi brukar reglane for stikktal som vi skal lære om i det neste avsnittet. I dette tilfellet kan det hende at fleire kest og/eller deldiem innbyrdes i deldiemet har ulike tost – då må vi fyrst omsetje desse kest og/eller deldiem til å ha same tost, før vi kan omgjere deldiemet til eit stikktal.

9.2 Stikktal og diem
Stikktal kan skrivast som tal i kest i diem, med eller utan tost. Vi kan ved hjelp av dei påfølgande reglane for stikktal, utvida stikktal til eit deldiem med kest og/eller deldiem innbyrdes med rekneteikn seg imellom. Samt omvendt slå saman deldiem til stikktal. I det følgjande skal vi sjå på reglane for dette.

9.3 Reglar for stikktal
Vi skiljer mellom reglar for stikktal som gjeld heiltal, og både heiltal og deltal, fordi reglane for heiltal er litt enklare å lære seg, og derfor grei å kunne lære ved sida av den fullstendige regelen for stikktal med både heiltal og deltal. Reglane for stikktal byggjer på reglane for talmengde, men der reglane i tillegg må sikra at alle artar imellom størstearten og grunnarten eller minstearten, er med. Reglane brukar handlinga enkeltteikn som vi kjenner ifrå diemlæra, (sjå diemlæra for meir om den) for dei ulike enkelttal i stikktalet.

Regel for stikktal
For heiltal:
a = a(0)a(1) ... a(k) = +[j=0,k] (a(j) · b^{I}j) = (a(0) · b^{I}0) + (a(1) · b^{I}1) + ... + (a(k) · b^{I}k) = +[j=0,k] (a(j) · (c / (j – 1))) = (a(0) · (c / (k – 1))) + (a(1) · (c / (k - 2))) + ... + (a(k) · (c / 0)), der a er eit stikktal, a(k) er eit mengdetal, b er artstal med minkande følgjeorden, c er eit grunntal og j og k er medtalige heiltal. Ved fleire artar enn éin er b^{I}k er grunnarten og b^{I}0 størstearten. Artar med ei delmengde lik 0 imellom størsteart og grunnart må vere med i stikktalet. Føresetnad for utfall i regelen for likearta talmengde må brukast for kvar art for seg.
For heiltal og deltal:
a = a(0)a(1) ... a(d).a(d + 1) ... a(k-1)a(k) = +[j=0,k] (a(j) · b^{I}j) = (a(0) · b^{I}0) + (a(1) · b^{I}1) + ... + (a(d) · b^{I}d) + ... + (a(k - 1) · b^{I}(k - 1)) + (a(k) · b^{I}k) = +[j=0,k] (a(j) · (c / (d – j))) = (a(0) · (c / (d – 1))) + (a(1) · (c / (d - 2))) + ... + (a(d) · (c / 0)) + ... + (a(k - 1) · (c / (d - k + 1))) + (a(k) · (c / (d - k))), der a er eit stikktal, a(k) er eit mengdetal, b er artstal med minkande følgjeorden, c er eit grunntal og d, j og k er medtalige heiltal. Ved fleire artar enn éin er b^{I}0 størstearten, b^{I}d grunnarten og b^{I}k minstearten. Artar med ei delmengde lik 0 imellom størsteart og grunnart må vere med i stikktalet. Føresetnad for utfall i regelen for likearta talmengde må brukast for kvar art for seg.

Vi legg merke til i regelen for stikktal, at når vi lagar deldiem av stikktalet, anten ved kun heiltal, eller ved heiltal og deltal, får vi anten artstal, eller eit opphøgd grunntal der opphøginga er eit medtalig eller mottalig heiltal, i tillegg til mengdetalet, for arten i talmengda til stikktalet. Eit døme på bruk av regel for stikktal med både heiltal og deltal:

35.364 = (3 · Å) + (5 · I) + (3 · V) + (6 · W) + (4 · X) = (3 · (A / 1)) + (5 · (A / 0)) + (3 · (A / -1)) + (6 · (A / -2)) + (4 · (A / -3))

9.4 Stikktal og talmengde
Stikktal er som vi allereie har nemnt ei talorden med mengdetal for kvar delmengde av artane i ei talmengde – der delmengdene er ordna ifrå størsteart til minsteart frå venstre til høgre. Artane frå og med størsteart til og med grunnart er heiltalige, og som derfor blir skrive til venstre for stikket – artane mindre enn grunnarten er deltalige og blir skrive til høgre for stikket. Det særskilte ved stikktal i høve til opphavstal, tilleggjingstal, uftal og tveuftal, er at dei må ha med alle artar imellom størsteart og minsteart, óg dei som har ei delmengde lik 0. Stikktal kan vere både likearta (ved kun eitt enkelttal større enn null) og ulikearta, vekslebare og uvekslebare, og er ellers ei allmengdeleg talorden som derfor kan brukast til alle mengder. Ser vi til talmengda på bilete 11 på side 32, kan talmengda der skrivast med stikktal slik:

122.342

Vi legg merke til at stikket er satt til høgre for mengdetalet til grunnarten, som er imellom heiltalet og deltalet til stikktalet.

9.5 Vekslebar og uvekslebar
Stikktal kan vere både vekslebare og uvekslebare. Når dei er vekslebare er mengdetala alltid mindre enn grunntalet – når dei er uvekslebare er mengdetala alltid større eller lik grunntalet. Det er kun ein av artane som treng eit mengdetal større eller lik grunntalet for at stikktalet blir uvekslebart.

9.6 Stikktal og følgje
Stikktal har ei tilfeldig følgjeorden – der kvart enkelttal i stikktalet ifrå fyrste til siste, har eit tilfeldig mengdetal. Mengdetala har dersom stikktalet er vekslebart, ei grense for størst mengdetal som er inntil og forutan grunntalet, men har ellers ikkje noko slik grense som uvekslebart.

9.7 Allmengdeleg og uallmengdeleg
Stikktal er ei allmengdeleg talorden. Dette tyder at vi kan bruke stikktal til alle mengder.

9.8 Teljing med stikktal
Teljing med stikktal skil seg frå teljing med opphavstal og tilleggjingstal. Teljing med stikktal egner seg godt ved hukommelsen, sidan vi alltid ved å hugse foregåande teljing, kan auke den med 1, eller det tal og mengde vi då vil auke den foregåande teljing med. Ved hjelp av verktøy som papir, vil det å skrive kvar teljing, ta stor flate, og der dei foregåande tal blir unødvendige for kvart nytt tal som skrivast. Stikktal tel vi derfor helst i hukommelsen, og til dømes skriv vi ned svaret på eit papir etterpå – men også det å føre enkelte tal innimellom, for å unngå å telje feil, er noko vi ofte gjere ved teljing med stikktal. Her ser vi kvifor teljing ved stikktal ikkje egner seg på papir, der dømet viser ei teljing av ei mengde på 9:

~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ 9

Som regel tel vi alltid innanfor ein og same art, som vil sei innbyrdes i eitt og same enkelttal – og vanlegvis er det i grunnarten – men det forekjem at vi óg tel i andre artar. Når vi tel aukast derfor som regel eitt av enkelttala inntil vi kjem til grunntalet, og då aukar eitt eller fleire teikn til venstre for enkelttalet alt etter kva mengda er med 1 – og enkelttalet byrjar på nytt på 0. Eit døme som viser tre ulike tilfeller for grunntalet omi, der vi tel i grunnarten som er enkelttalet heilt til høgre; 1. der eitt teikn til venstre for enkelttalet vi tel aukar med 1, 2. der to teikn til venstre for enkelttalet vi tel aukar med 1 og 3. der tre teikn til venstre for enkelttalet vi tel aukar med 1:

9 til 10
99 til 100
999 til 1000

Det kan leggjast til at stikktal som regel brukar langt færre teikn, enn opphavstal og tilleggjingstal for å beskrive ei mengde.

9.9 Lesing av stikktal
Vi les stikktal frå venstre til høgre, teikn for teikn, uavhengig av kva grunntal som er valt. Sjå tabell 1 i kapitlet om tal på side 10, for ei liste over dei mengdetal vi brukar til stikktal. For meir om lesing av stikktal, sjå dei reglar som gjeld lesing av alle talordenar som vi finn under avsnittet; 'Meir om lesing av tal', i kapitlet om tal på side 13. Dømet under les vi slik; 'ein null ein null':

1010

Tillegg om uftal: Når vi fjernar artane til uftal, får vi stikktal dersom vi legg til eit stikk imellom heiltalet og deltalet, samt dersom det er naudsynt, legg til dei artar som har delmengde 0 imellom størstearten og minstearten. Sidan vi vanlegvis les tal som uftal, kan derfor stikktal lesast som uftal ganske enkelt, ved at vi legg til riktige artstal til kvart mengdetal i stikktalet under lesing. Dette kan vi tilsvarande sjølvsagt nytte ved teljing óg – der vi kan etter teljing med uftal, skrive talet som stikktal om det er ynskjeleg. Sjå meir om lesing av uftal i kapitlet om uftal.

9.10 Stikktal og vidareutvikling

Dersom vi skal bruke eit grunntal større enn 16 (G), må vi vidareutvikle mengdetala med talteikn frå og med 17. I denne læreboka har vi med mengdetal frå 0 til 16 (G). Sjå meir om vidareutvikling av mengdetal i kapitlet om mengdetal.

9.11 Oppsummering av reglane for stikktal

1. Stikktal er ei talorden der kvart enkelttal er eit mengdetal.
2. Vi skiljer heiltal og deltal i stikktal med eit stikk.
3. Stikktal er ei allmengdeleg talorden.
4. Stikktal kan både vere likearta og ulikearta.
5. Stikktal kan vere både vekslebare og uvekslebare.
6. Enkelttala i stikktal har ei tilfeldig følgje.

10 Uftal

Uftal er ei talorden med både mengdetal og artstal. Uf er eit omgrep for både mengdetal og artstal, der mengdetalet gir delmengda til arten artstalet står for. Uftal har alltid minst eitt uf, i det tilfellet er uftalet likearta – men kan ha fleire uf, og er då ulikearta. Eit særtilfelle er når uftalet står for ei mengde på ingenting, då har uftalet kun 0 som talteikn – fordi der ikkje er noko art i talmengda uftalet står for. Ufane står i uftalet alltid med minkande art frå venstre til høgre. Uftal treng ikkje å ha med dei artar med null som delmengde slik som stikktal treng, og vi brukar ikkje uf med 0 som mengdetal. Og vi har ikkje mellomrom mellom dei ulike uf i uftalet. Eit døme på eit likearta uftal:

1I

Eit døme på eit ulikearta uftal:

2Å1I

10.1 Regel for uf
ab, der a er eit mengdetal ulik 0 og b er eit artstal.

10.2 Uftal og tost
Uftal brukar den store bokstaven U som teikn for talordenen i tost. Dersom vi omgjere eit uftal til eit deldiem, og vi har tost til talet, legg vi deldiemet innbyrdes ein parentes, slik at tosten gjeld alle kest og/eller deldiem i det nye deldiemet. Omvendt kan vi slå saman fleire kest og/eller deldiem til eit uftal, dersom vi brukar reglane for uftal som vi skal lære om i det neste avsnittet. I dette tilfellet kan det hende at fleire kest og/eller deldiem innbyrdes i deldiemet har ulike tost – då må vi fyrst omsetje desse kest og/eller deldiem til same tost, før vi kan omgjere deldiemet til eit uftal.

10.3 Uftal og diem
Uftal skriv vi vanlegvis som tal i kest i diem. Vi kan óg ut frå regelen for uftal skrive dei som eit deldiem der vi har rekneteikn imellom dei ulike enkelttal, då brukar vi gangeteikn imellom mengdetal og artstal, og tilleggjingsteikn imellom dei ulike uf – samt kan vi skrive artstalet som eit opphøgd grunntal. I det følgande skal vi sjå på regelen for uftal som viser korleis uftal kan skrivast med rekneteikn.

10.4 Regel for uftal
a = +[j=0,k] (a(j · 2) · b$^{\text{I}}$j) = (a(0) · b$^{\text{I}}$0) + (a(2) · b$^{\text{I}}$1) + ... + (a((k – 1) · 2) · b$^{\text{I}}$(k - 1)) + (a(k · 2) · b$^{\text{I}}$k) = +[j=0,k] (a(j · 2) · (c / d$^{\text{I}}$j)) = (a(0) · (c / d$^{\text{I}}$0)) + (a(2) · (c / d$^{\text{I}}$1)) + ... + (a((k - 1) · 2) · (c / d$^{\text{I}}$(k - 1))) + (a(1 + (k · 2)) · (c / d$^{\text{I}}$k)), der a er eit uftal, a(j · 2) er mengdetal, b er artstal i minkande følgjeorden frå venstre, c er grunntal, d er heiltal i minkande følgjeorden frå venstre, j og k er heiltal. Ved fleire artar enn éin er b$^{\text{I}}$1 er størstearten, b$^{\text{I}}$k er grunnarten og/eller minstearten. Føresetnad for utfall i regelen for likearta talmengde må brukast for kvar art for seg.

Døme på bruk av regelen for uftal:

3Å5I3V6W4X = (3 · Å) + (5 · I) + (3 · V) + (6 · W) + (4 · X) = (3 · (A / 1)) + (5 · (A / 0)) + (3 · (A / -1)) + (6 · (A / -2)) + (4 · (A / -3))

Vi legg merke til at einaste skilnaden ved dømet på bruk av regel for stikktal i det førre kapitlet, er at vi har eit uftal i staden for eit stikktal fyrst i diemet (!). Ellers er regelen heilt lik for både stikktal og uftal, som viser at dei to må skrivast med rekneteikn på same måte.

10.5 Uftal og talmengde
Uftal er som allereie nemnt eit tal med eitt eller fleire ufar – dette tyder tilsvarande at uftalet kan vere både likearta og ulikearta, då kvar uf står for ein eigen art i talmengda til talet. Uf er både mengdetal og artstal, og derfor står mengdetala for delmengda til artane i talmengda, og artstala står for artane. Vi kan ha både størsteart, grunnart og minsteart i uftal når det har fleire artar enn ein.

10.6 Vekslebar og uvekslebar
Uftalet kan vere både vekslebart og uvekslebart. Dersom uftalet er vekslebart er mengdetala i kvart uf mindre enn grunntalet, og er uftalet uvekslebart er mengdetalet i minst eitt uf meir eller lik grunntalet.

10.7 Uftal og følgje
Når det gjeld følgje har uftal enkelttal som er annankvart mengdetal og annankvart artstal, og derfor er annankvart enkelttal i uftal frå det fyrste til venstre i tilfeldig følgjeorden, og annankvart enkelttal frå det andre til venstre i minkande følgjeorden. Vi kan tilsvarande sei at mengdetala er i tilfeldig følgjeorden, og at artstala er i minkande følgjeorden.

10.8 Allmengdeleg og uallmengdeleg
Uftal er ei allmengdeleg talorden. Dette tyder at uftal kan brukast saman med alle mengder.

10.9 Teljing med uftal
Vi byrjar med å gjenta teljemåten for stikktal: Når vi tel med stikktal, gjentar vi alltid heile den talte mengda for kvar teljing – dei føregåande teljingar kan derfor utgå etterkvart. På denne måten egnar teljing med stikktal seg svært godt ved hukommelsen åleina – ein eigenskap vi også får ved uftal.

Teljing med uftal egner seg slik som for stikktal ikkje på papir eller med eit anna verktøy, anna enn som eit verktøy til å føra enkelte tal innimellom dersom vi skulle ha behov for ein pause i teljinga, eller for å sikre at vi ikkje tel feil. Vi ser på korleis teljing med uftal ser ut på papir frå og til 1I til 9I:

~~1I~~ ~~2I~~ ~~3I~~ ~~4I~~ ~~5I~~ ~~6I~~ ~~7I~~ ~~8I~~ 9I

Vi tel som regel innanfor ein og same art, og då gjeld det same for uftal som for stikktal, men med den skilnad at vi óg har enkelttal for å beskrive art: Når delmengda til arten når mengda til grunntalet, byrjar vi på nytt på null, og der mengdetalet til arten til venstre i uftalet, aukast med 1, og om den når delmengda til grunntalet óg, blir den 0, og arten til venstre for den igjen sitt mengdetal aukast med 1, og slik fortset det mot venstre. Då forsvinn den arten vi tel i, inntil vi kjem til neste teljing, sidan den då har delmengde 0 – og der vi veit ut ifrå regelen for uf at vi ikkje har uf med mengdetalet 0. Vi tar med eit døme med tre ulike tilfeller der vi tel i grunnarten; 1. der mengdetalet til arten til venstre aukast med 1 og grunnarten endrast til 0, 2. der mengdetalet til to av artane til venstre aukast med 1 og der mengdetalet til ein av artane i tillegg til grunnarten endrast til 0, og 3. der mengdetalet til tre av artane til venstre aukast med 1 og der to av artane saman med grunnarten endrast til 0:

9I til 1Å
9Å9I til 1N
9N9Å9I til 1M

10.10 Lesing av uftal
Uftal les vi rett fram teikn for teikn, som talorda tilhøyrande kvart talteikn som vi finn i tabell 1 og tabell 2, høvesvis mengdetal og artstal. Til dømes les vi uftalet 3N3Å2I slik: 'trehundretretitooin'. Uftalet 3M2N5Å5I, les vi slik; 'tretusentohundrefemtifemoin'. Grunnarten er valfri å lese – det betyr at artstalet I, som har lesinga oin – kan unngås – dette gjeld óg i teljing tilsvarande. Årsaka til at vi kan unngå å lese grunnarten oin, er at vi ikkje misforstår kva mengde uftalet står for, då mengdetalet for delmengda til grunnarten einaste gongast med ei mengde på 1 når vi legg til artstalet. Dei to uftala vi har sett på over får derfor følgjande lesing; 'trehundretretito', og 'tretusentohundrefemtifem'. Vi ser at lesinga forutan grunnarten oin, kan vanlegvis foretrekkjast, då den er kortare og gir same forståing av talmengda eller mengda uftalet står for.

Tal som 5Å, 6Å, 7Å, 8Å, 9Å, får lesing høvesvis som; 'femti', 'seksti', 'sjuti', 'åtteti', 'niti'. Det er ei lesemåte vi vanlegvis knyttar til stikktala 50, 60, 70, 80, 90 – men vi ser her at slik vi uttalar dei, kjem av korleis vi les uftal. Ser vi til avsnittet om lesing av stikktal, er der lagt til eit tillegg som seier at stikktal kan lesast som uftal, ved å sjølv lære seg, korleis vi legg artstal til stikktalet sine mengdetal. Det er slik uftal lesast som står som grunn for slik vi vanlegvis tel og les tal og mengder, og er derfor ei svært viktig talorden.

Uftal misforstås sjeldan når vi les dei eller fortel dei til andre, sidan vi utrykkjeleg beskriv kvar art med si delmengde – og vi får då raskt eit bilete av kor stor mengda og/eller talmengda uftalet står for er. For meir om lesing av uftal, sjå dei reglar som gjeld lesing av alle talordenar som vi finn under avsnittet; 'Meir om lesing av tal', i kapitlet om tal på side 13.

10.11 Uftal og vidareutvikling
Uftal kan vidareutviklast slik at dersom vi treng fleire artar kan vi leggje til fleire talteikn og talord til artstala, og treng vi ei større delmengde til ein eller fleire artar, kan vi leggje til fleire talteikn og talord til mengdetala. For meir om vidareutvikling av mengdetal og artstal sjå avsnitta 'mengdetal og vidareutvikling' og 'artstal og vidareutvikling' i kapitla for høvesvis mengdetal og artstal.

10.12 Oppsummering av reglane for opphavstal
1. Uftal er ei talorden med både mengdetal og artstal. Uftalet har annankvart enkelttal som mengdetal frå fyrste, og annankvart enkelttal frå venstre som artstal frå det andre.
2. Uftal er ei allmengdeleg talorden.
3. Uftal kan vere likearta og ulikearta.
4. Uftal kan vere både vekslebare og uvekslebare.
5. Uftal brukar den store bokstaven U som teikn for talordenen i tost.
6. Uftal lesast rett fram etter talorda til talteikna vi brukar for mengdetal og artstal. Talordet for I, oin, kan valfritt unngås.
7. Uftal egnar seg å telje med ved kun hukommelsen åleina.

11 Tveuftal

Vi ser fyrst i dette kapitlet på kva eit tveuf er for noko ved regelen for tveuf:

11.1 Regel for tveuf
ab, der a er eit vekslebart uftal med artar større eller lik grunnarten og mengdetal større enn null, og b er eit artstal. Vi skriv tveuf forutan mellomrom seg imellom.

Tveuftal er ei allmengdeleg talorden med ein eller fleire tveuf. Når tveuftalet har eitt tveuf, er mengda til tveuftalet likearta, og med fleire tveuftal er mengda til tveuftalet ulikearta. Når vi brukar tveuftal, ordnar vi talmengda sine delmengder alt etter kva mengde dei har i ulike artar – derfor kunne vi omtalt talmengda for tveuftal som ulikearta sjølv om vi kun har ei delmengde for ein art – men, dette gjer vi ikkje. Vi brukar tveuftal som verktøy til å kunne bruke ulikearta talmengder med store delmengder, og framleis kunne skrive, lese, telje, eller tale om talet på ein kort og enkel måte. Tilleggjingstal blir svært lange når vi har stor delmengde, stikktal og uftal treng mange talteikn og talord til mengdetala for å kunne brukast med store delmengder – og ut ifrå dette finn vi grunn for å bruke denne talordenen. Tveuftalet, har altso den viktigaste eigenskap å kunne brukast til talmengder med store delmengder. Det kan nemnast at ofte brukar vi tveuftal saman med tilleggjingstal, då begge to ofte har store delmengder – og der tveuftalet derfor kan nyttast til å forkorte lange tilleggjingstal med uvekslebar talmengde. Uftala i tveuftala brukar ikkje mindre artar enn grunnarten, og er alltid vekslebare. Grunnartane i kvar delmengde i tveuftalet, er alltid like stor som arten delmengdene som uftal står til i tveufa. Eit døme:

3Å2IN

Vi ser over eit tveuftal med uftalet 3Å2I og artstalet N, som saman gir eitt tveuftal, der uftalet gir delmengda til arten gitt av artstalet N.

11.2 Tveuftal og tost
Tveuftal brukar den store bokstaven V som teikn for talordenen i tost. Dersom vi omgjere eit tveuftal til eit deldiem, og vi har tost til talet, legg vi deldiemet innbyrdes ein parentes, slik at tosten gjeld alle kest og/eller deldiem i det nye deldiemet. Omvendt kan vi slå saman fleire kest og/eller deldiem til eit tveuftal, dersom vi brukar reglane for tveuftal som vi skal lære i det neste avsnitt. I dette tilfellet kan det hende at fleire kest og/eller deldiem innbyrdes i deldiemet har ulike tost – då må vi fyrst omsetje desse kest og/eller deldiem til same tost, før vi kan omgjere deldiemet til eit tveuftal.

11.3 Tveuftal og diem
Tveuftal skriv vi vanlegvis som tal i kest i diem. Vi kan óg ut ifrå regelen for tveuftal skrive dei som eit deldiem der vi har rekneteikn imellom dei ulike enkelttal, då brukar vi gongeteikn imellom uftal og artstal, mengdetal og artstal, og tilleggjingsteikn imellom dei ulike tveuf – samt kan vi skrive artstala som eit opphøgd grunntal. Det kan nemnast at vi må ha parentes ikring uftala i tveuftalet når vi skriv dei med rekneteikn seg imellom. Sjå regelen under for meir om korleis tveuftal kan skrivast med rekneteikn imellom dei ulike enkelttal.

11.4 Regel for tveuftal

a = +[j=0,k] ($b^{I}j \cdot c^{I}j$) = ($b^{I}0 \cdot c^{I}0$) + ($b^{I}1 \cdot c^{I}1$) + ... + ($b^{I}(k - 1) \cdot c^{I}(k - 1)$) + ($b^{I}k \cdot c^{I}k$) = +[j=0,k] ($b^{I}0 \cdot (d / e^{I}j)$) = ($b^{I}1 \cdot (d / e^{I}0)$) + ($b^{I}1 \cdot (d / e^{I}1)$) + ... + ($b^{I}(k - 1) \cdot (d / e^{I}(k - 1))$) + ($b^{I}(k) \cdot (d / e^{I}k)$), der a er eit tveuftal, $b^{I}j$ er eit vekslebart uftal med artar større eller lik grunnarten, c er artstal med minkande følgjeorden frå venstre, d er grunntal, e er heiltal med minkande følgjeorden frå venstre, j og k er heiltal. Dersom tveuftalet har fleire artar enn éin er $c^{I}0$ størstearten, $c^{I}k$ grunnarten og/eller minstearten. Føresetnad for utfall i regelen for likearta talmengde må brukast for kvar art for seg (artar i uftalet for seg sjølv i høve til regelen for uftal).

Vi legg merke til at når tveuftalet har eitt eller fleire uftal innbyrdes – kan vi se til regelen for uftal for korleis dei skal skrivast. Det kan nemnast at vi brukar parentes ikring uftala når vi skriv dei som deldiem innbyrdes i tveuftalet slik at artstala gongast med heile uftalet si mengde.

Døme på bruk av regelen for tveuftal:

3Å2IN5IÅ = (((3 · Å) + (2 · I)) · N) + ((5 · I) · Å) = (((3 · (A / 1)) + (2 · (A / 0))) · (A / 2)) + ((5 · (A / 0)) · (A / 1))

11.5 Tveuftal og talmengde

Det særskilte ved tveuftal og talmengde, er at delmengdene til kvar art innbyrdes kan ordnast slik som vekslebare uftal. Då brukar vi artar større eller lik grunnarten, med ei delmengde mindre enn grunntalet. Derfor kan alltid grunnarten vere den art som alle dei større artar i delmengdene løysast opp i. Sjølv om delmengdene innbyrdes kan ha ulike artar, seier vi at om talmengda har éin art med ei delmengde ordna som uftal er ho likearta, og om ho har fleire artar ordna som uftal, at ho er ulikearta.

Tveuftal kan vere vekslebare og uvekslebare – men det er slik at tveuftal fyrst når talmengda er uvekslebar, og der delmengdene derfor er minst større eller lik grunntalet, at tveuftal kjem til nytte. Når delmengdene er mindre enn grunntalet kan vi bruke uftal i staden for tveuftal – då uftall har ei kortare og enklare orden.

11.6 Vekslebar og uvekslebar

Tveuftal kan som nemnt vere både vekslebare og uvekslebare. Uftalet vi brukar til delmengdene i tveuftalet si talmengda skal alltid vere vekslebare.

11.7 Tveuftal og følgje

Tveuftalet har ei litt uregelmessig følgjorden når vi ser til kvart enkelttal – men ser vi til skilnaden mellom uftal og artstal i tveufet, har uftalet innbyrdes ei eiga følgjeorden, og artstala alltid ei minkande følgjeorden. Uftala si følgjeorden er slik at mengdetala er i tilfeldig følgjeorden, og artstala i minkande følgjeorden. Les i avsnittet 'uftal og følgje' i kapitlet om uftal for meir om følgjeordenen til uftal.

11.8 Allmengdeleg og uallmengdeleg

Tveuftal er ei allmengdeleg talorden.

11.9 Teljing med tveuftal

Vi tel som oftast tveuftal art for art – til dømes om vi tel uvekslebare tilleggjingstal som er ordna i minkande og lik følgje før dei er veksla, som er ei mengde som høver seg å bruka tveutfal til å telja, tel vi gjerne størstearten fyrst, og deretter dei andre artane i minkande orden. Innbyrdes i kvar art tel vi som regel innom den same arten, og det er oftast grunnarten. Ellers er teljinga innbyrdes i kvar art i tveuftalet den same som teljinga av uftal, då det er eit vekslebart uftal utan artar mindre enn grunnarten. Sjå derfor om teljing av uftal dersom ein ynskjer å læra meir om dette i kapitlet om uftal.

Tveuftal egnar seg ikkje særleg godt å telje med noko verktøy innbyrdes i delmengda som uftal, slik som gjeld uftal ellers óg – men det kan egne seg godt å skrive ned dei ferdig talte delmengdene som uftal til kvar art i tveuftalet. Samt å skrive ned enkelte teljingar undervegs, eller talet til slutt når vi er ferdig å telje. Tveuftal egnar seg derimot godt å telje ved hukommelsen åleina, innbyrdes i kvar delmengde som uftal. Teljing med tveuftal kan derfor skje både ved hjelp av verktøy, og ved hukommelsen – der vi tel kvar art ved hukommelsen, og skriv ned delmengda til kvar art etterkvart. Men det kan óg vere mogleg å telje heile tveuftalet forutan verktøy dersom mengda ikkje er stor.

Det kan nemnast at sjeldan vil vi telje med tveuftal slik som vi tel i andre talordenar, nettopp slik at vi tel i grunnarten – vi tel altso som regel art for art, som til dømes i ei teljing av tilleggjingstal i minkande og lik følgje. Dersom vi likevel skulle gjort det, vil vi kun få ei likearta mengde, med ei aukande delmengde som uftal som delmengde til grunnarten i tveuftalet – og det gir eit godt svar på kvifor vi ikkje tel tveuftal slik, då vi i dette tilfellet like godt kunne talt med uftal.

11.10 Lesing av tveuftal

Tveuftal les vi rett fram talteikn for talteikn slik som tabell 1 og tabell 2, for høvesvis mengdetal og artstal. Til dømes les vi uftalet 3N3Å2IN slik: 'trehundretretitooinhundre'. Uftalet 3M2N5Å5IN, les vi slik; 'tretusentohundrefemtifemoinhundre'. Grunnarten i kvart uftal i tveuftalet er valfri å lese – det betyr at artstalet I, som har lesinga oin – kan unngås i lesing av delmengdene som uftal til kvar art – dette gjeld óg i teljing tilsvarande. Årsaka til at vi kan unngå å lese grunnarten oin, er at vi ikkje misforstår kva mengde uftalet står for, då mengdetalet for delmengda til grunnarten einaste gongast med ei mengde på 1 når vi legg til artstalet. Dei to tveuftala vi har sett på over får derfor følgjande lesing forutan artstalet I i uftala; 'trehundretretitohundre', og 'tretusentohundrefemtifemhundre'. Vi ser at lesinga forutan grunnarten oin, kan vanlegvis føretrekkjast, då den er kortare og gir same forståing av talmengda eller mengda tveuftalet står for.

Artstala til tveufa i tveuftal, kan valfritt lesast som einingar. I dette tilfellet les vi dei to dømene over slik: 'trehundretretitohundrarar' og 'tretusentohundrefemtifemhundrarar'. Vi bøyer då einingane i eintal og fleirtal ubunden form.

For meir om lesing av tveuftal, sjå dei reglar som gjeld lesing av alle talordenar som vi finn under avsnittet; 'Meir om lesing av tal', i kapitlet om tal på side 13.

11.11 Tveuftal og vidareutvikling

Tveuftal kan vidareutviklast slik at dersom vi treng fleire artar, anten til uftala eller til artstala i tveufa, kan vi leggje til fleire talteikn og talord til artstala, og treng vi ei større delmengde til ein eller fleire artar innbyrdes i uftala i tveufa, kan vi leggje til fleire talteikn og talord til mengdetala. For meir om vidareutvikling av mengdetal og artstal sjå avsnitta 'mengdetal og vidareutvikling' og 'artstal og vidareutvikling' i kapitla for høvesvis mengdetal og artstal.

11.12 Oppsummering av reglane for tveuftal

1. Tveuftal er ei allmengdeleg talorden med ein eller fleire tveuf.
2. Tveuftal kan vere både likearta og ulikearta – når likearta har det eitt tveuf, når ulikearta har det fleire tveuf.

3. Tveuftal kan vere både vekslebare og uvekslebare. Delmengdene som uftal innbyrdes i tveufa, er kun vekslebare.
4. Sjølv om delmengda til eit tveuftal med kun ein art kan ha ulike artar innbyrdes, omtalar vi i det tilfellet ikkje tveuftalet som ulikearta, men som likearta. Grunnarten i delmengdene som uftal i tveufa er alltid lik arten delmengda gjeld.

12 Øvingsoppgåver

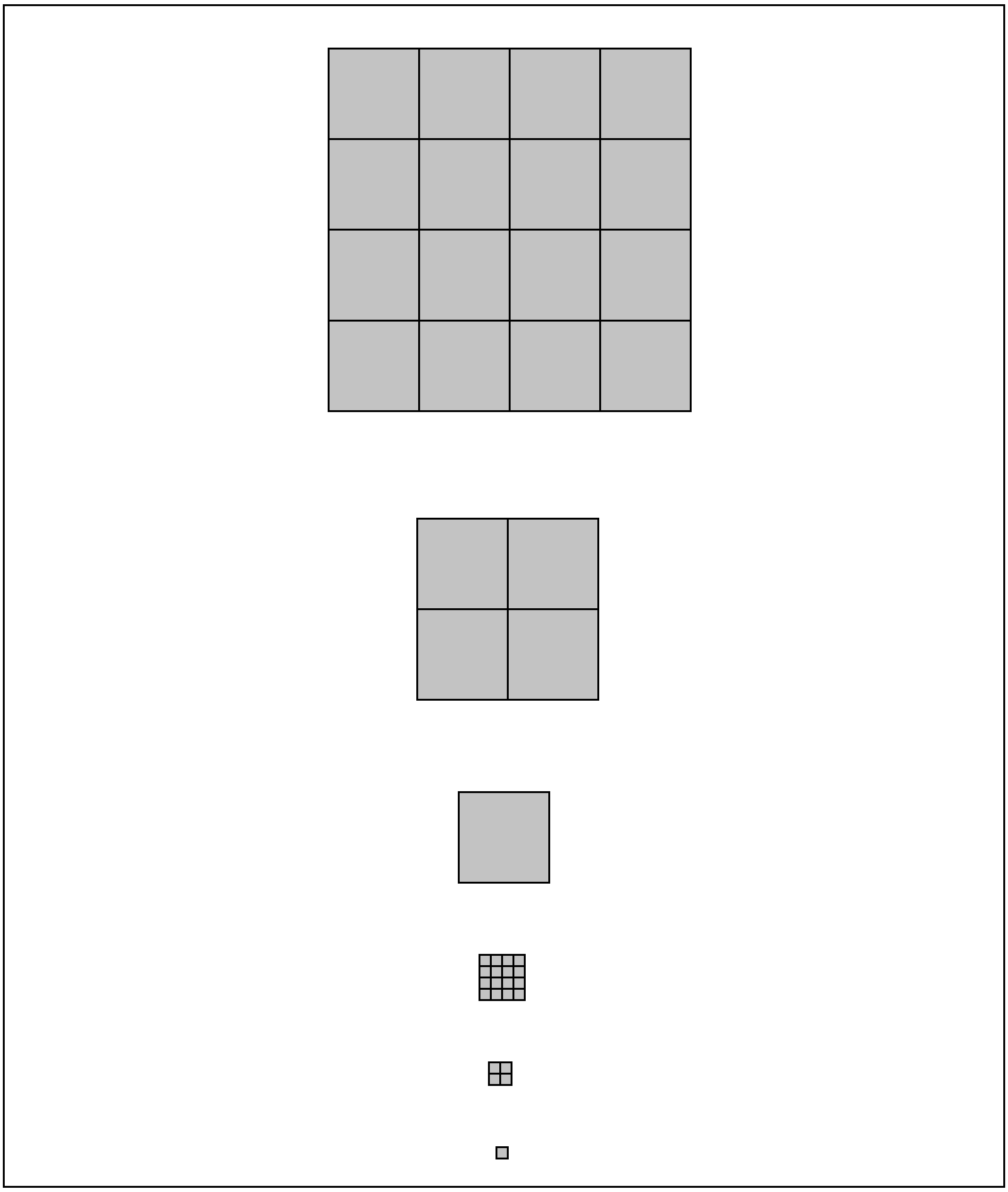
I det følgjande kapitlet finn vi fem øvingsoppgåver, for dei som ynskjer å bruke det vi har lært i denne mengdelæra. Øvingsoppgåvene har ei gitt talmengde, som anten er vekslebar eller uvekslebar, der oppgåva er å skrive kor stor talmengda er ved hjelp av alle dei ulike talordenane vi har lært; opphavstal, mengdetal, artstal, tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal.

Framgangmåte for å løyse oppgåvene:

1. Grunntal: Vi finn grunntalet til talmengda. Dette kan vi gjere på fleire måtar, men vi kan sjå til den fyrste arten større enn grunnarten for å sjå kor mange grunnartar den kan løysast opp i – og det gir grunntalet.
2. Opphavstal: Vi skriv opphavstalet til talmengda med I som lik grunnarten.
3. Mengdetal: Vi skriv mengdetal for kvar delmengde til kvar art i talmengda med strekteikn seg imellom. Vi byrjar med størstearten, og skriv delmengdene til kvar art i minkande følgje til og med grunnarten og/eller minstearten.
4. Artstal: Vi skriv artstalet til kvar av artane frå størsteart til grunnart og/eller minsteart. Vi skriv dei med strekteikn seg imellom.
5. Tilleggjingstal, stikktal, uftal og tveuftal: Vi skriv deretter kvar for seg tilleggjingstal med minkande og lik følgjeorden, stikktal, uftal og tveuftal til talmengda. For kvar av dei kan vi byrje med størstearten.

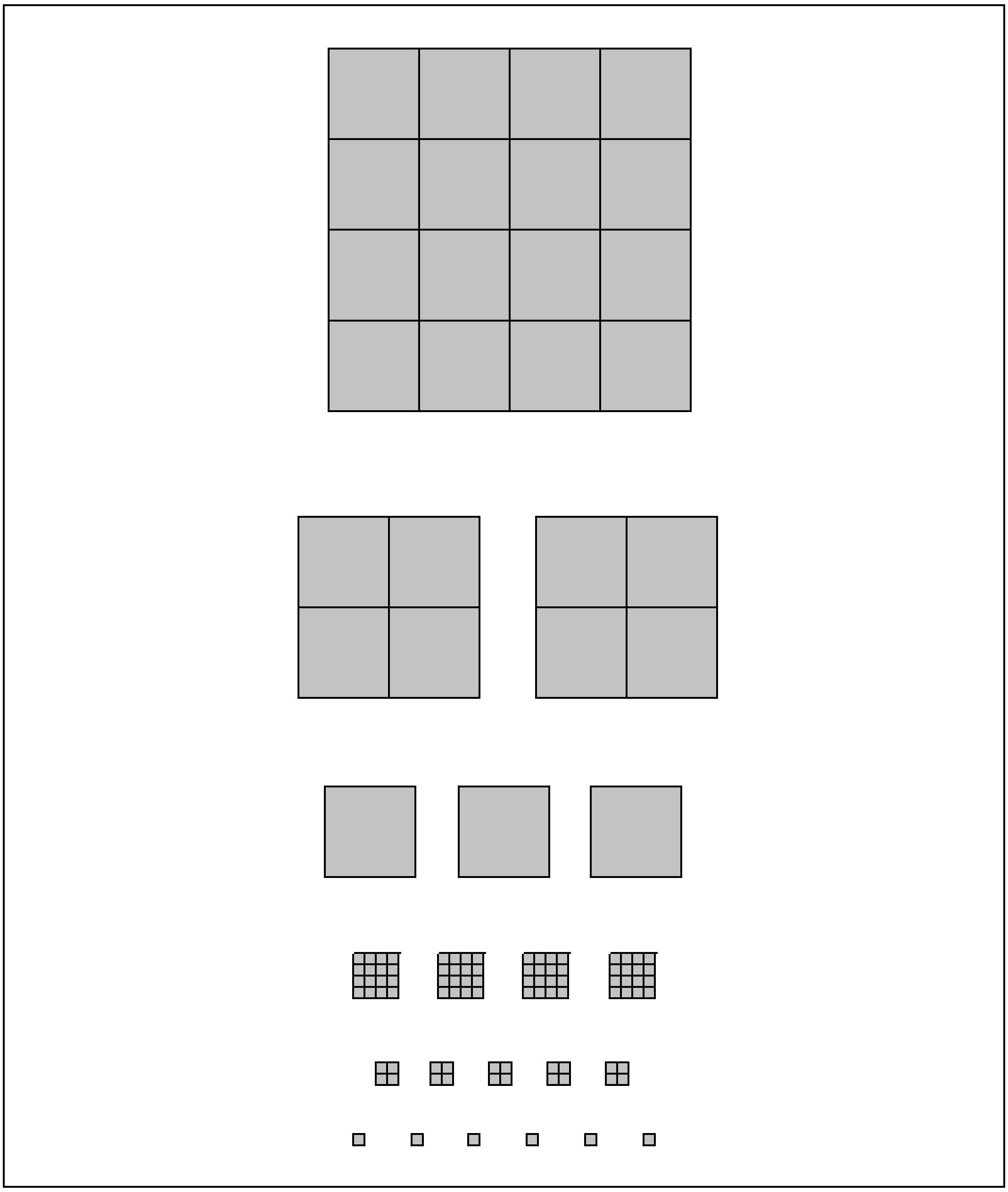
Til slutt kan dei som har løyst øvingsoppgåvene sjå til vedlegget 'utfall til øvingsoppgåvene' på side 66, for å finne dei riktige svara. Samt kan ei tilleggsoppgåve til dei som ynskjer å øve seg på korleis dei ulike talordenane skal lesast; lese og/eller skrive dei ulike løysningane slik som kvar talorden skal lesast og/eller skrivast som talord, på eiga hand.

Øvingsoppgåve 1



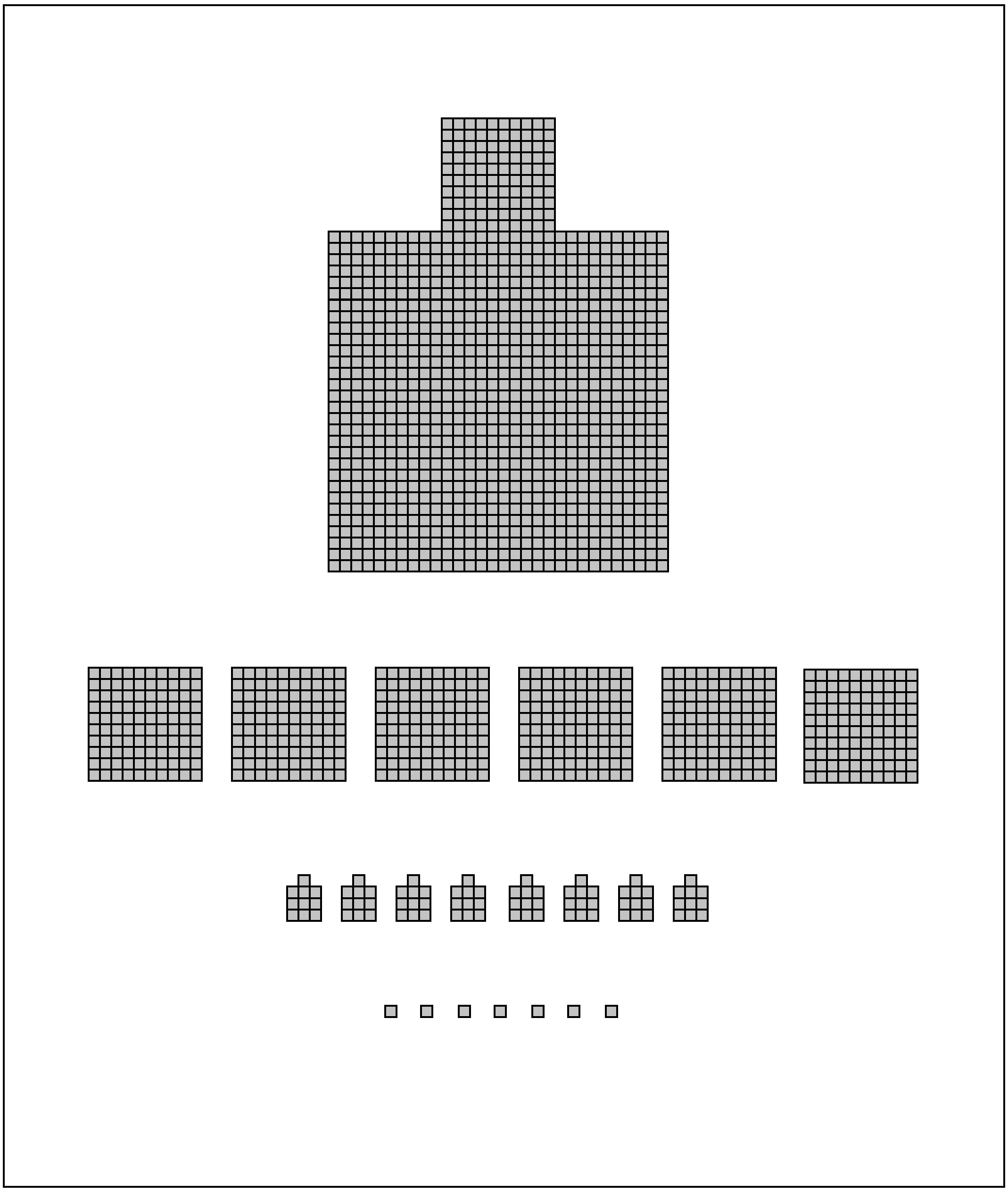
Talmengda er vekslebar.
Grunntal: ____
Opphavstal: ____
Mengdetal: ____
Artstal: ____
Tilleggjingstal: ____
Stikktal: ____
Uftal: ____
Tveuftal: ____

Øvingsoppgåve 2



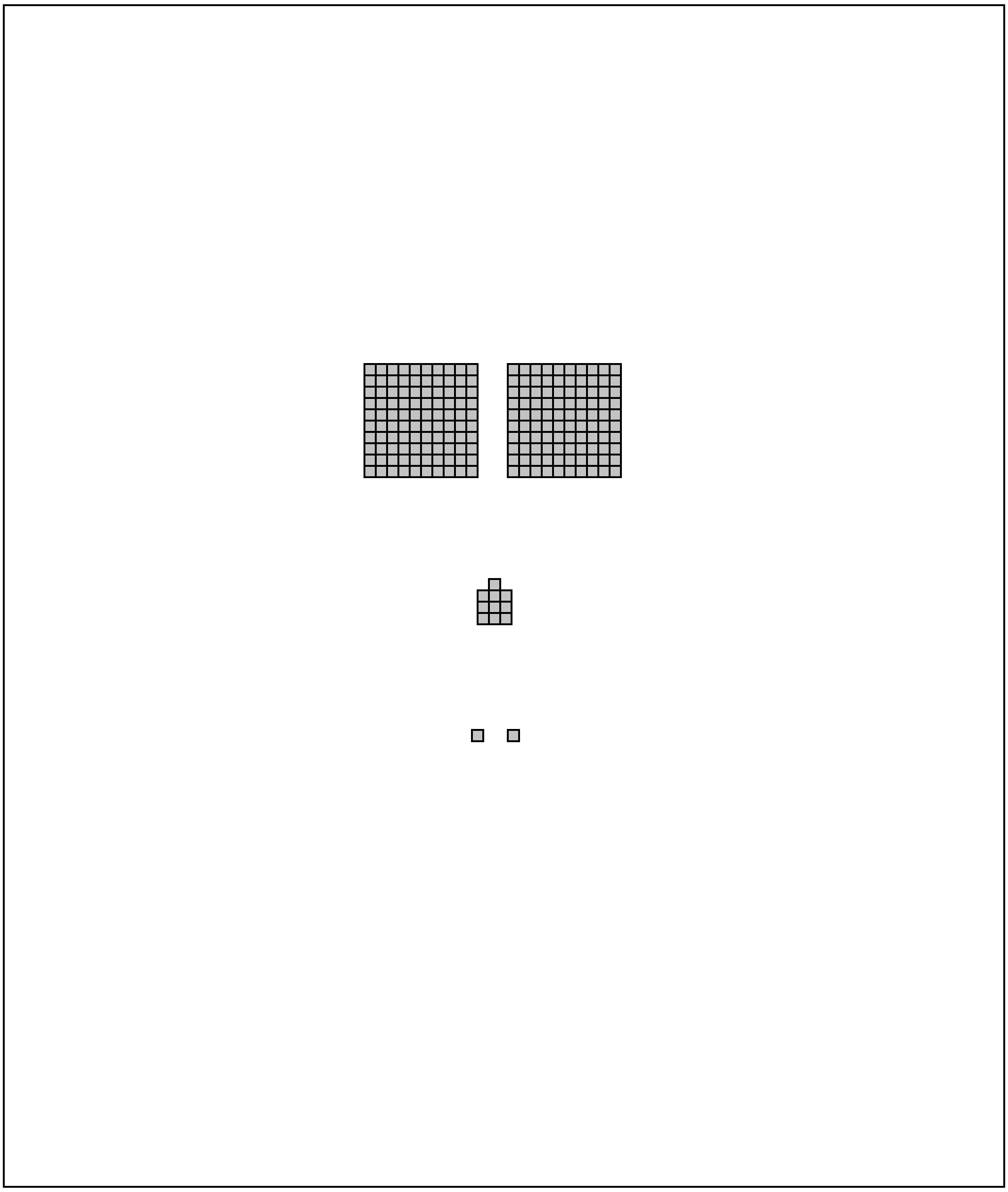
Talmengda er uvekslebar.
Grunntal: ____
Opphavstal: ____
Mengdetal: ____
Artstal: ____
Tilleggjingstal: _______________________________________
Stikktal: ____
Uftal: ____
Tveuftal: ____

Øvingsoppgåve 3



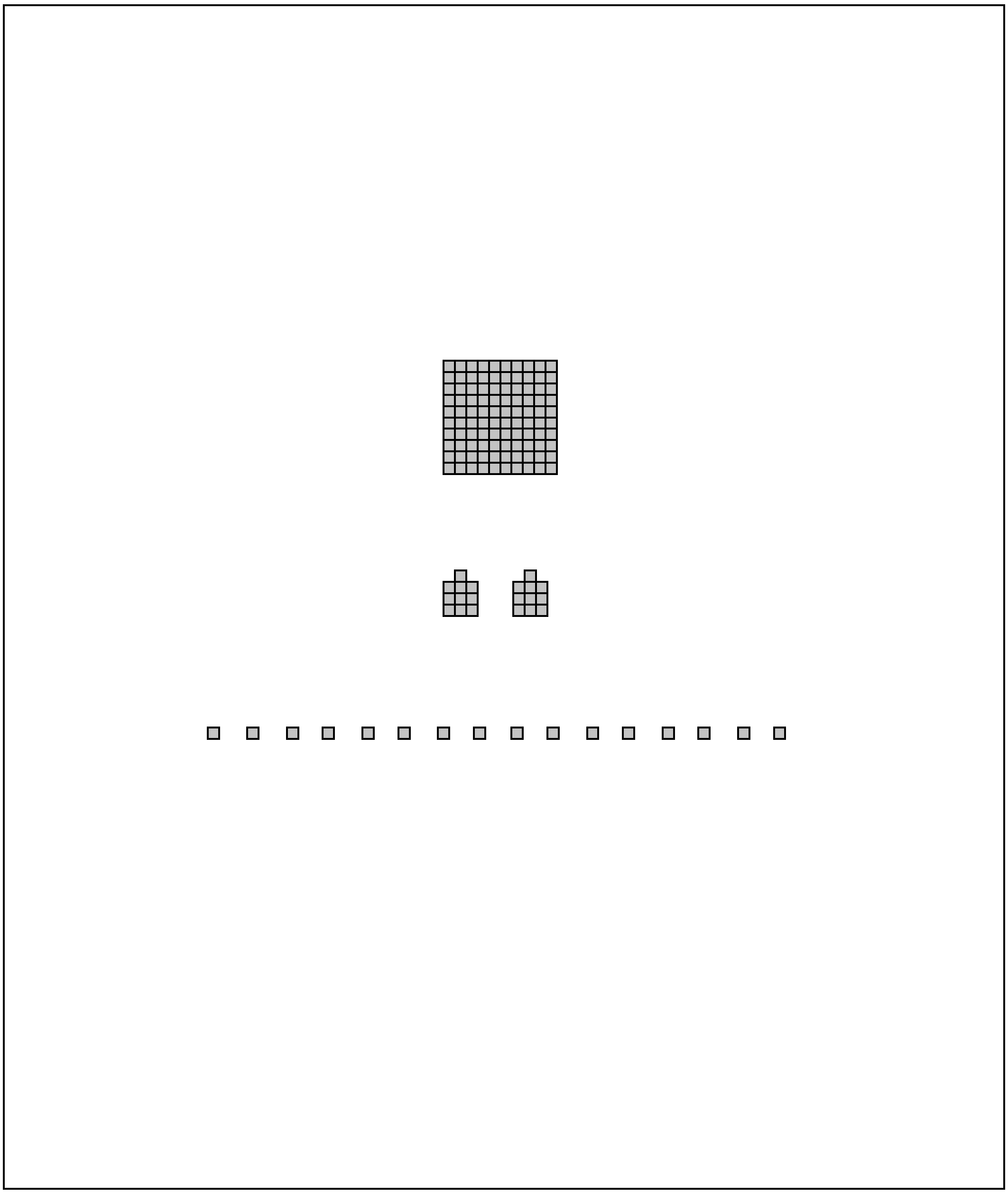
Talmengda er vekslebar.
Grunntal: ____________________
Opphavstal: ____________________
Mengdetal: ____________________
Artstal: ____________________
Tilleggjingstal: ____________________
Stikktal: ____________________
Uftal: ____________________
Tveuftal: ____________________

Øvingsoppgåve 4



Talmengda er vekslebar.
Grunntal: ____
Opphavstal: ____
Mengdetal: ____
Artstal: ____
Tilleggjingstal: ______________________________________
Stikktal: ____
Uftal: ____
Tveuftal: ____

Øvingsoppgåve 5



Talmengda er uvekslebar.
Grunntal: ______________________________
Opphavstal: ______________________________
Mengdetal: ______________________________
Artstal: ______________________________
Tilleggjingstal: ______________________________
Stikktal: ______________________________
Uftal: ______________________________
Tveuftal: ______________________________

Teiknliste

Om teiknlista
Teiknlista er ordna etter emne. I tillegg kjem det fyrst ei liste med ulike samlingar av teikn.

Teiknsamlingar:
Tal:
Artstal: 0XWVIÅNM
Mengdetal: 0123456789ABCDEFG

Emneleg orden:
Artstal
X eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i tre som mottal. Lesast som tal; tusendel. Lesast som eining; tusendel -en, -ar, -ane
W eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i to som mottal. Lesast som tal; tidel. Lesast som eining; tidel -en, -ar, -ane
V eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i ein som mottal. Lesast som tal; hundredel. Lesast som eining; hundredel -en, -ar, -ane
I eit artstal for grunnarten i ei talmengde, eller med arten av eit grunntal opphøgd i null. Lesast som tal; oin. Lesast som eining; oinar -en, -ar, -ane
Å eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i ein. Lesast som tal; ti. Lesast som eining; tiar, -en, -ar, -ane
N eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i to. Lesast som tal; hundre. Lesast som eining; hundrar -en, -ar, -ane
M eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i tre. Lesast som tal; tusen. Lesast som eining; tusenar -en, -ar, -ane

Mengdetal
0 eit mengdetal med ei mengde på ingenting, eller eit artstal med ingen art. Lesast som tal; null. Lesast som eining; null -en, -ar, -ane
1 eit mengdetal med ei mengde på ein. Lesast som tal; ein, ei, eit eller eine. Lesast som eining; einar -en, -ar, -ane
2 eit mengdetal med ei mengde på to. Lesast som tal; to. Lesast som eining; toar -en, -ar, -ane
3 eit mengdetal med ei mengde på tre. Lesast som tal; tre. Lesast som eining; trear -en, -ar, -ane
4 eit mengdetal med ei mengde på fire. Lesast som tal; fire. Lesast som eining; firar -en, -ar, -ane
5 eit mengdetal med ei mengde på fem. Lesast som tal; fem. Lesast som eining; femmar -en, -ar, -ane
6 eit mengdetal med ei mengde på seks. Lesast som tal; seks. Lesast som eining; seksar -en, -ar, -ane
7 eit mengdetal med ei mengde på sju. Lesast som tal; sju. Lesast som eining; sjuar -en, -ar, -ane
8 eit mengdetal med ei mengde på åtte. Lesast som tal; åtte. Lesast som eining; åttar -en, -ar, -ane
9 eit mengdetal med ei mengde på ni. Lesast som tal; ni. Lesast som eining; niar -en, -ar, -ane
A eit mengdetal med ei mengde på omi. Lesast som tal; omi. Lesast som eining; omar -en, -ar, -ane
B eit mengdetal med ei mengde på elleve. Lesast som tal; elleve. Lesast som eining; ellevar -en, -ar, -ane
C eit mengdetal med ei mengde på tolv. Lesast som tal; tolv. Lesast som eining; tolvar -en, -ar, -ane
D eit mengdetal med ei mengde på tretten. Lesast som tal; tretten. Lesast som eining; trettenar -en, -ar, -ane
E eit mengdetal med ei mengde på fjorten. Lesast som tal; fjorten. Lesast som eining; fjortenar -en, -ar, -ane
F eit mengdetal med ei mengde på femten. Lesast som tal; femten. Lesast som eining; femtenar -en, -ar, -ane
G eit mengdetal med ei mengde på seksten. Lesast som tal; seksten. Lesast som eining; sekstenar -en, -ar, -ane

Ordliste

Om ordlista
Ordlista er inndelt i ein bokstavleg og ein emneleg orden. Begge inneheld dei nøyaktig same orda.

Bokstavleg orden:
all all, alt, alle mengdeord for dei einingar som er i ei mengde, eller ei heil eining
allmengdeleg -, -e ein eigenskap for noko som gjeld alle mengder
allmengdeleg talorden talorden som kan brukast for alle mengder og talmengder
annan anna, anna, andre mengdeord for ei mengde sideordna ei anna mengde
annankvar annankvar, annankvart, - mengdeord for kvar andre eining i ei mengde ordna på ei rekkje
art -en, -ar, -ane ein art er ei undereining av ei eining. I ei lufe med ulike tilfeller, ulike sufer, er kvar av tilfellene/sufene ein eigen art av lufa
artstal -et, -, -a artstal er tal for dei ulike artar i ei talmengde. Artstal har ei motsetjing i høve til mengdetal sidan artstal alltid treng eit stemt grunntal for å få ei varig mengde
delmengde -a, -er, -ene ein del av ei mengde
deltal -et, -, -a eit tal mellom heiltala -1 og 1. Ein del av ein eining, eller fleire delar av ein eller fleire einingar satt saman, og som ikkje gir eit heiltal
einkvan eikor, eitkvart, - mengdeord for alle einingane i ei mengde kvar for seg
elleve eit mengdetal med ei mengde på elleve. Har talteiknet ‘B’
ein eit mengdetal med ei mengde på ein. Har talteiknet 1
einar -en, -ar, -ane mengdetalet ein, eller ei mengde på ein, som ei eining. Har talteiknet ‘1’
ellevar -en, -ar, -ane mengdetalet elleve, eller ei mengde på elleve, som ei eining. Har talteiknet ‘B’
enkelttal -et, -, -a eitt av talteikna i ei talrekkje, eller eit tal med kun eitt talteikn
fem eit mengdetal med ei mengde på fem. Har talteiknet ‘5’
femmar -en, -ar, -ane mengdetalet fem eller ei mengde på fem, som ei eining. Har talteiknet ‘5’
femmar -en, -ar, -ane mengdetalet fem eller ei mengde på fem, som ei eining. Har talteiknet ‘5’
femten eit mengdetal med ei mengde på femten. Har talteiknet ‘F’
femtenar -en, -ar, -ane mengdetalet femten eller ei mengde på femten, som ei eining. Har talteiknet ‘F’
firar -en, -ar, -ane mengdetalet fire eller ei mengde på fire, som ei eining. Har talteiknet ‘4’
fire eit mengdetal med ei mengde på fire. Har talteiknet ‘4’
fjorten eit mengdetal med ei mengde på fjorten. Har talteiknet ‘E’
fjortenar -en, -ar, -ane mengdetalet fjorten eller ei mengde på fjorten, som ei eining. Har talteiknet ‘E’
- -, -, få mengdeord for mindre enn halvdelen av ei mengde
få -tt, - el -e (få, færre, færrast) eigenskap som mindre enn halvdelen av ei mengde
grunnart -en, -ar, -ane den grunnleggjande arten i ei talmengde
grunntal -et, -, -a medtalige heiltal frå og med 2
heiltal -et, -, -a heiltal er ei mengde av ein eller fleire heile, udelte einingar
hundrar -en, -ar, -ane artstalet hundre eller arten av eit grunntal opphøgd i to, som ei eining. Har talteiknet ‘N’
hundre eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i to. Har talteiknet ‘N’
hundredel eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i to som mottal. Har talteiknet ‘W’
hundredel -en, -ar, -ane artstalet hundredel eller arten av eit grunntal opphøgd i ein som mottal, som ei eining. Har talteiknet ‘V’
ingen inga, inkje, ingen mengdeord for ei mengde uten einingar
kvar kvar, kvart, - mengdeord for alle einingar i ei mengde, men samstundes dei

enkelte einingane for seg sjølv
likearta -, - ein eigenskap for noko med like artar innbyrdes
mang ein mang ei, mang eit, mange (mange, fleire, flest) eigenskap som meir enn halvdelen av ei mengde
medtal -et, -, -a alle tal større enn null. Framfor medtal kan teiknet for tilleggjing valfritt brukast. Medtal er da motsette av mottal
mengde -a, -er, -ene ei mengde er det som fortel oss om det er ein, eller meir eller mindre enn ein av noko
mengdetal -et, -, -a tal med heiltalige varige mengder frå 0 og oppover medtalig med mengda 1 seg imellom innbyrdes. Mengdetal har ei motsetjing ihøve til artstala sidan mengdetal alltid har ei varig mengde
minsteart -en, -ar, -ane den minste art av artane i ei mengde
mottal -et, -, -a alle tal under null. Framfor mottal brukar vi alltid teiknet for fråtrekkjing. Mottal er da motsette av medtal
ni eit mengdetal med ei mengde på ni. Har talteiknet '9'
niar -en, -ar, -ane mengdetalet ni, eller ei mengde på ni, som ei eining. Har talteiknet '9'
nokon noka, noko, nokre/nokon mengdeord for ein del av ei mengde
null mengdetalet null, ei mengde på ingenting, artstalet null eller ingen art i ei talmengde. Har talteiknet '0'. Null kan skrivast både som heiltal og som deltal
null -en, -ar, -ane mengdetalet null, ei mengde på ingenting, artstalet null eller ingen art i ei talmengde, som ei eining. Har talteiknet '0'. Null kan skrivast både som heiltal og som deltal
oddetal -et, -, -a alle heiltal som ikkje er partal, og er derfor det motsette av partal. Oddetal gir deltal når det delast på talet 2
oin eit artstal for grunnarten i ei talmengde, eller arten av eit grunntal opphøgd i null. Har talteiknet 'I'
oinar -en, -ar, -ane mengdetalet oin, eller ei mengde på oin, som ei eining. Har talteiknet 'I'
omar -en, -ar, -ane mengdetalet omi, eller ei mengde på omi, som ei eining. Har talteiknet 'A'
omi eit mengdetal med ei mengde på omi. Har talteiknet 'A'
opphavstal -et, -, -a ei talorden som kan beskrive ei likearta mengde, der vi byttar ut kvar eining i mengda med talet I. Den enklaste talorden
partal -et, -, -a alle heiltal som kan delast på 2, og som framleis forblir eit heiltal. Det motsette av oddetal
seks eit mengdetal med ei mengde på seks. Har talteiknet '6'
seksar -en, -ar, -ane mengdetalet seks eller ei mengde på seks, som ei eining. Har talteiknet '6'
seksten eit mengdetal med ei mengde på seksten. Har talteiknet 'G'
sekstenar -en, -ar, -ane mengdetalet seksten, eller ei mengde på seksten, som ei eining. Har talteiknet 'G'
sju eit mengdetal med ei mengde på sju. Har talteiknet '7'
sjuar -en, -ar, -ane mengdetalet sju eller ei mengde på sju, som ei eining. Har talteiknet '7'
stikktal -et, -, -a talorden der kvart enkelttal er eit mengdetal, og der stikk brukast imellom heiltal og deltal. Heiltalet og deltalet står høvesvis til venstre og til høgre for stikket
størsteart -en, -ar, -ane den største arten av artane i ei mengde
væropphavstal -et, -, -a opphavstal saman med artstal anten som ein artest eller som ei eining i kest
tal -et, -, -a tal er talord og talteikn for ulike mengder, som har talmengde som grunnlag
talmengde -a, -er, -ene ei særskilt samansatt mengde, som vi brukar som grunnlag for alle tal for mengder
talord -et, -, -a ord for måten vi les, eller uttalar talteikn, eller ei talrekkje
talorden -en, -ar, -ane tal satt saman i ei bestemt orden. Vi har allmengdelege og uallmengdelege talordenar
talrekkje -a, -er, -ene talteikn/enkelttal i ei rekkje som kan skrivast forenkla utan rekneteikn seg imellom
talteikn -et, -, -a teikn for å beskrive tal. Talteikna vi brukar i tallæra er inndelt i

mengder og artar. Talord fortel oss korleis vi skal lese eller uttale talteikna

teljing -a, -ar, -ane det å telje ei mengde, eller finne ein stad på ei rekkja. Det å skape eit tal, det å finne ut kor mange einingar det er i ei mengde

ti eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i ein. Har talteiknet 'Å'

tiar -en, -ar, -ane artstalet ti eller arten av eit grunntal opphøgd i ein, som ei eining. Har talteiknet 'Å'

tidel eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i ein som mottal. Har talteiknet 'V'

tidel -en, -ar, -ane artstalet tidel eller arten av eit grunntal opphøgd i to som mottal som ei eining. Har talteiknet 'V'

tideling -en, -ar, -ane 'ein av delane når noko er delt på ti'. Brukast om enkelttala til høgre for stikket i stikktal. Mengda tidelingar større enn null, er lik mengda av artar i talmengda til stikktalet

tilleggjingstal -et, -, -a ei talorden for eitt eller fleire artstal i ei talrekke, der vi kan setje tilleggjingsteikn imellom enkelttala

to eit mengdetal med ei mengde på to. Har talteiknet '2'

toar -en, -ar, -ane mengdetalet to eller ei mengde på to, som ei eining. Har talteiknet '2'

tolv eit mengdetal med ei mengde på tolv. Har talteiknet 'C'

tolvar -en, -ar, -ane mengdetalet tolv eller ei mengde på tolv, som ei eining. Har talteiknet 'C'

tost -en, -ar, -ane eit verktøy for å merke tal med ei talorden (uttalast; tåst)

tre eit mengdetal med ei mengde på tre. Har talteiknet '3'

trear -en, -ar, -ane mengdetalet tre eller ei mengde på tre, som ei eining. Har talteiknet '3'

tresstal alle heiltal som kan delast på 3, og som framleis forblir eit heiltal

tretten eit mengdetal med ei mengde på tretten. Har talteiknet 'D'

trettenar -en, -ar, -ane mengdetalet tretten eller ei mengde på tretten, som ei eining. Har talteiknet 'D'

tusen eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i tre. Har talteiknet 'M'

tusenar -en, -ar, -ane artstalet tusen, eller arten av eit grunntal opphøgd i tre, som ei eining. Har talteiknet 'M'

tusendel eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i tre som mottal. Har talteiknet 'X'

tusendel -en, -ar, -ane artstalet tusendel, eller arten av eit grunntal opphøgd i tre som mottal, som ei eining. Har talteiknet 'X'

tveuf -en, -ar, -ane eit vekslebart uftal med artar større eller lik grunnarten, saman med eit artstal

tveutftal -et, -, -a ei allmengdeleg talorden med ein eller fleire tveuf

uallmengdeleg -, -e ein eigenskap for noko som ikkje gjeld alle mengder

uallmengdeleg talorden talorden som ikkje kan brukast til alle mengder og talmengder

uendeleg noko som ikkje endar. Dette kan vere ei uendeleg stor mengde, og som stad uendeleg langt borte frå eit utgangspunkt. Har teiknet '∞'. I mengdelæra blir uendeleg brukt som eit varig tal

uf -en, -ar, -ane mengdetal og artstal saman, der mengdetalet gir delmengda til arten som artstalet gir i ei talmengde

uftal -et, -, -a ei allmengdeleg talorden med ein eller fleire uf

ulikearta -, - ein eigenskap til noko med ulike artar innbyrdes

undereining -a, -ar, -ane ei eining under ei anna eining - tilsvarande ei sufe til ei lufe

uveksla -, - eigenskapen å ikkje vere veksla

uvekslebar -t, -e eigenskapen å ikkje kunne bli veksla

uvekslebar talmengde ei talmengde som ikkje eintydig kan vekslast tilbake til talmengda før fyrste veksling

varige tal tal med ei varig mengde – og har til vanleg eigne talord og talteikn i tillegg til den varige mengda

veksla -, - eigenskapen å vere veksla

veksle -ar, -a, -a å endre på samansetjinga til ei mengde. Særskilt gjeld dette talmengder som mengde

vekslebar -t, -e eigenskapen å kunne bli veksla

vekslebar talmengde ei talmengde som eintydig kan vekslast tilbake til talmengda før fyrste veksling

veksling -a, -ar, -ane da å veksle som ei eining

åttar -en, -ar, -ane mengdetalet åtte eller ei mengde på åtte, som ei eining. Har talteiknet '8'

åtte eit mengdetal med ei mengde på åtte. Har talteiknet '8'

Emneleg orden:
Artstal
tusen eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i tre. Har talteiknet 'M'
hundre eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i to. Har talteiknet 'N'
ti eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i ein. Har talteiknet 'Å'
oin eit artstal for grunnarten i ei talmengde, eller arten av eit grunntal opphøgd i null. Har talteiknet 'I'
tidel eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i ein som mottal. Har talteiknet 'V'
hundredel eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i to som mottal. Har talteiknet 'W'
tusendel eit artstal med arten av eit grunntal opphøgd i tre som mottal. Har talteiknet 'X'
null mengdetalet null, ei mengde på ingenting, artstalet null eller ingen art i ei talmengde. Har talteiknet '0'. Null kan skrivast både som heiltal og som deltal

Artstal som eining
tusenar -en, -ar, -ane artstalet tusen, eller arten av eit grunntal opphøgd i tre, som ei eining. Har talteiknet 'M'
hundrar -en, -ar, -ane artstalet hundre eller arten av eit grunntal opphøgd i to, som ei eining. Har talteiknet 'N'
tiar -en, -ar, -ane artstalet ti eller arten av eit grunntal opphøgd i ein, som ei eining. Har talteiknet 'Å'
oinar -en, -ar, -ane mengdetalet oin, eller ei mengde på oin, som ei eining. Har talteiknet 'I'
tidel -en, -ar, -ane artstalet tidel eller arten av eit grunntal opphøgd i to som mottal som ei eining. Har talteiknet 'V'
hundredel -en, -ar, -ane artstalet hundredel eller arten av eit grunntal opphøgd i ein som mottal, som ei eining. Har talteiknet 'V'
tusendel -en, -ar, -ane artstalet tusendel, eller arten av eit grunntal opphøgd i tre som mottal, som ei eining. Har talteiknet 'X'
null -en, -ar, -ane mengdetalet null, ei mengde på ingenting, artstalet null eller ingen art i ei talmengde, som ei eining. Har talteiknet 0. Null kan skrivast både som heiltal og som deltal

Mengdelære
art -en, -ar, -ane ein art er ei undereining av ei eining. I ei lufe med ulike tilfeller, ulike sufer, er kvar av tilfellene/sufene ein eigen art av lufa
delmengde -a, -er, -ene ein del av ei mengde
grunnart -en, -ar, -ane den grunnleggjande arten i ei talmengde
likearta -, - ein eigenskap for noko med like artar innbyrdes
mengde -a, -er, -ene ei mengde er det som fortel oss om det er ein, eller meir eller mindre enn ein av noko
minsteart -en, -ar, -ane den minste art av artane i ei mengde
størsteart -en, -ar, -ane den største arten av artane i ei mengde
ulikearta -, - ein eigenskap til noko med ulike artar innbyrdes
undereining -a, -ar, -ane ei eining under ei anna eining - tilsvarande ei sufe til ei lufe

Mengdeord
all all, alt, alle mengdeord for dei einingar som er i ei mengde, eller ei heil eining
annan anna, anna, andre mengdeord for ei mengde sideordna ei anna mengde
annankvar annankvar, annankvart, - mengdeord for kvar andre eining i ei mengde ordna på ei rekkje
einkvan eikor, eitkvart, - mengdeord for alle einingane i ei mengde kvar for seg
- -, -, få mengdeord for mindre enn halvdelen av ei mengde
få -tt, - el -e (få, færre, færrast) eigenskap som mindre enn halvdelen av ei mengde
ingen inga, inkje, ingen mengdeord for ei mengde uten einingar
kvar kvar, kvart, - mengdeord for alle einingar i ei mengde, men samstundes dei enkelte einingane for seg sjølv
mang ein mang ei, mang eit, mange (mange, fleire, flest) eigenskap som meir enn halvdelen av ei mengde
nokon noka, noko, nokre/nokon mengdeord for ein del av ei mengde

Mengdetal
null mengdetalet null, ei mengde på

ingenting, artstalet null eller ingen art i ei talmengde. Har talteiknet ‘0’. Null kan skrivast både som heiltal og som deltal
ein eit mengdetal med ei mengde på ein. Har talteiknet ‘1’
to eit mengdetal med ei mengde på to. Har talteiknet ‘2’
tre eit mengdetal med ei mengde på tre. Har talteiknet ‘3’
fire eit mengdetal med ei mengde på fire. Har talteiknet ‘4’
fem eit mengdetal med ei mengde på fem. Har talteiknet ‘5’
seks eit mengdetal med ei mengde på seks. Har talteiknet ‘6’
sju eit mengdetal med ei mengde på sju. Har talteiknet ‘7’
åtte eit mengdetal med ei mengde på åtte. Har talteiknet ‘8’
ni eit mengdetal med ei mengde på ni. Har talteiknet ‘9’
omi eit mengdetal med ei mengde på omi. Har talteiknet ‘A’
elleve eit mengdetal med ei mengde på elleve. Har talteiknet ‘B’
tolv eit mengdetal med ei mengde på tolv. Har talteiknet ‘C’
tretten eit mengdetal med ei mengde på tretten. Har talteiknet ‘D’
fjorten eit mengdetal med ei mengde på fjorten. Har talteiknet ‘E’
femten eit mengdetal med ei mengde på femten. Har talteiknet ‘F’
seksten eit mengdetal med ei mengde på seksten. Har talteiknet ‘G’

Mengdetal som eining
null -en, -ar, -ane mengdetalet null, ei mengde på ingenting, artstalet null eller ingen art i ei talmengde, som ei eining. Har talteiknet ‘0’. Null kan skrivast både som heiltal og som deltal
einar -en, -ar, -ane mengdetalet ein, eller ei mengde på ein, som ei eining. Har talteiknet ‘1’
toar -en, -ar, -ane mengdetalet to eller ei mengde på to, som ei eining. Har talteiknet ‘2’
trear -en, -ar, -ane mengdetalet tre eller ei mengde på tre, som ei eining. Har talteiknet ‘3’
firar -en, -ar, -ane mengdetalet fire eller ei mengde på fire, som ei eining. Har talteiknet ‘4’
femmar -en, -ar, -ane mengdetalet fem eller ei mengde på fem, som ei eining. Har talteiknet ‘5’
seksar -en, -ar, -ane mengdetalet seks eller ei mengde på seks, som ei eining. Har talteiknet ‘6’
sjuar -en, -ar, -ane mengdetalet sju eller ei mengde på sju, som ei eining. Har talteiknet ‘7’
åttar -en, -ar, -ane mengdetalet åtte eller ei mengde på åtte, som ei eining. Har talteiknet ‘8’
niar -en, -ar, -ane mengdetalet ni, eller ei mengde på ni, som ei eining. Har talteiknet ‘9’
omar -en, -ar, -ane mengdetalet omi, eller ei mengde på omi, som ei eining. Har talteiknet ‘A’
ellevar -en, -ar, -ane mengdetalet elleve, eller ei mengde på elleve, som ei eining. Har talteiknet ‘B’
tolvar -en, -ar, -ane mengdetalet tolv eller ei mengde på tolv, som ei eining. Har talteiknet ‘C’
trettenar -en, -ar, -ane mengdetalet tretten eller ei mengde på tretten, som ei eining. Har talteiknet ‘D’
fjortenar -en, -ar, -ane mengdetalet fjorten eller ei mengde på fjorten, som ei eining. Har talteiknet ‘E’
femtenar -en, -ar, -ane mengdetalet femten eller ei mengde på femten, som ei eining. Har talteiknet ‘F’
sekstenar -en, -ar, -ane mengdetalet seksten, eller ei mengde på seksten, som ei eining. Har talteiknet ‘G’

Tal
deltal -et, -, -a eit tal mellom heiltala -1 og 1. Ein del av ein eining, eller fleire delar av ein eller fleire einingar satt saman, og som ikkje gir eit heiltal
enkelttal -et, -, -a eitt av talteikna i ei talrekkje, eller eit tal med kun eitt talteikn
grunntal -et, -, -a medtalige heiltal frå og med 2

heiltal -et, -, -a heiltal er ei mengde av ein eller fleire heile, udelte einingar
medtal -et, -, -a alle tal større enn null. Framfor medtal kan teiknet for tilleggjing valfritt brukast. Medtal er da motsette av mottal
mottal -et, -, -a alle tal under null. Framfor mottal brukar vi alltid teiknet for fråtrekkjing. Mottal er da motsette av medtal
oddetal -et, -, -a alle heiltal som ikkje er partal, og er derfor det motsette av partal. Oddetal gir deltal når det delast på talet 2
partal -et, -, -a alle heiltal som kan delast på 2, og som framleis forblir eit heiltal. Det motsette av oddetal
tal -et, -, -a tal er talord og talteikn for ulike mengder, som har talmengde som grunnlag
talord -et, -, -a ord for måten vi les, eller uttalar talteikn, eller ei talrekkje
talrekkje -a, -er, -ene talteikn/enkelttal i ei rekkje som kan skrivast forenkla utan rekneteikn seg imellom
talteikn -et, -, -a teikn for å beskrive tal. Talteikna vi brukar i tallæra er inndelt i mengder og artar. Talord fortel oss korleis vi skal lese eller uttale talteikna
teljing -a, -ar, -ane det å telje ei mengde, eller finne ein stad på ei rekkja. Det å skape eit tal, det å finne ut kor mange einingar det er i ei mengde
tresstal alle heiltal som kan delast på 3, og som framleis forblir eit heiltal

Talmengde
talmengde -a, -er, -ene ei særskilt samansatt mengde, som vi brukar som grunnlag for alle tal for mengder

Talorden
allmengdeleg -, -e ein eigenskap for noko som gjeld alle mengder
allmengdeleg talorden talorden som kan brukast for alle mengder og talmengder
artstal -et, -, -a artstal er tal for dei ulike artar i ei talmengde. Artstal har ei motsetjing i høve til mengdetal sidan artstal alltid treng eit stemt grunntal for å få ei varig mengde
mengdetal -et, -, -a tal med heiltalige varige mengder frå 0 og oppover medtalig med mengda 1 seg imellom innbyrdes. Mengdetal har ei motsetjing ihøve til artstala sidan mengdetal alltid har ei varig mengde
opphavstal -et, -, -a ei talorden som kan beskrive ei likearta mengde, der vi byttar ut kvar eining i mengda med talet I. Den enklaste talorden
stikktal -et, -, -a talorden der kvart enkelttal er eit mengdetal, og der stikk brukast imellom heiltal og deltal. Heiltalet og deltalet står høvesvis til venstre og til høgre for stikket
særopphavstal -et, -, -a opphavstal saman med artstal anten som ein artest eller som ei eining i kest
talorden -en, -ar, -ane tal satt saman i ei bestemt orden. Vi har allmengdelege og uallmengdelege talordenar
tideling -en, -ar, -ane ‘ein av delane når noko er delt på ti’. Brukast om enkelttala til høgre for stikket i stikktal. Mengda tidelingar større enn null, er lik mengda av artar i talmengda til stikktalet
tilleggjingstal -et, -, -a ei talorden for eitt eller fleire artstal i ei talrekke, der vi kan setje tilleggjingsteikn imellom enkelttala
tost -en, -ar, -ane eit verktøy for å merke tal med ei talorden (uttalast; tåst)
tveuf -en, -ar, -ane eit vekslebart uftal med artar større eller lik grunnarten, saman med eit artstal
tveutftal -et, -, -a ei allmengdeleg talorden med ein eller fleire tveuf
uallmengdeleg -, -e ein eigenskap for noko som gjeld alle mengder
uallmengdeleg talorden talorden som ikkje kan brukast til alle mengder og talmengder
uf -en, -ar, -ane mengdetal og artstal saman, der mengdetalet gir delmengda til arten som artstalet gir i ei talmengde
uftal -et, -, -a ei allmengdeleg talorden med ein eller fleire uf

Varige tal
varige tal tal med ei varig mengde – og har til vanleg eigne talord og talteikn i tillegg til den varige mengda
uendeleg noko som ikkje endar. Dette kan vere ei uendeleg stor mengde, og som stad uendeleg langt borte frå eit utgangspunkt. Har teiknet ‘∞’. I mengdelæra blir uendeleg

brukt som eit varig tal

Veksling

uveksla -, - eigenskapen å ikkje vere veksla

uvekslebar -t, -e eigenskapen å ikkje kunne bli veksla

uvekslebar talmengde ei talmengde som ikkje eintydig kan vekslast tilbake til talmengda før fyrste veksling

veksle -ar, -a, -a å endre på samansetjinga til ei mengde. Særskilt gjeld dette talmengder som mengde

veksla -, - eigenskapen å vere veksla

vekslebar -t, -e eigenskapen å kunne bli veksla

vekslebar talmengde ei talmengde som eintydig kan vekslast tilbake til talmengda før fyrste veksling

veksling -a, -ar, -ane da å veksle som ei eining

Regelsamling

Regel for vekslebare og uvekslebare talmengder
Vekslebare talmengder har alltid delmengder mindre enn grunntalet til talmengda.
Uvekslebare talmengder har alltid delmengder større eller lik grunntalet i talmengda.

Reglar for veksling av talmengder
1. Veksling ved minsteart: Alle artar i talmengda kan alltid vekslast i ei heiltalig mengde av minstearten, anten minstearten er grunnarten eller ikkje.
2. Veksling ved ein gitt art: For ein gitt art i ei talmengde andre enn størstarten, kan alltid dei større artane vekslast i ei heiltalig mengde av den gitte arten.
3. Vekslebare talmengder: Er alle delmengdene mindre enn grunntalet i talmengda, kan alltid talmengda sine artar vekslast, og vekslast eintydig tilbake til talmengda før fyrste veksling. Ei veksling av ei vekslebar talmengde, gir alltid ei uvekslebar talmengde, som alltid kan vekslast tilbake til den vekslebare talmengda.
4. Uvekslebare talmengder: Er minst ei delmengde større eller lik grunntalet i ei talmengde, kan ikkje talmengda vekslast eintydig tilbake til talmengda før fyrste veksling, når den er veksla. Ei veksling av ei uvekslebar talmengde, kan gi både ei vekslebar og ei uvekslebar talmengde.

Regel for likearta talmengde
a · (b / c) = a · d, der a er eit mengdetal, b eit grunntal, c eit heiltal, og d eit artstal. Der ein av virkarane b, c eller d er utfallig.

Regel for ulikearta talmengde
+[j=1,k] ((a^{I}j · (b / c^{I}j))) = (a^{I}1 · (b / c^{I}1)) + (a^{I}2 · (b / c^{I}2)) + ... + (a^{I}k · (b / c^{I}k)) = +[j=1,k] ((a^{I}j · (d^{I}j))) = (a^{I}1 · d^{I}1) + (a^{I}2 · d^{I}2) + ... + (a^{I}k · d^{I}k), der a er eit mengdetal, b er eit grunntal, c, j og k er heiltal og d er eit artstal, der c og d vanlegvis skrivast i minkande følgje (ikkje eit krav). Føresetnad for utfall i regelen for likearta talmengde må brukast for kvar art for seg.

Regel for grunntal
Ved å velja eit grunntal, kan vi bruke alle dei ulike talordenane, forutan å misforstå kva mengde dei som tal står for. Forutan at noko anna er sagt, er omi valt som grunntal.

Regel for tost
abcd, der a er talorden, b er grunntal, c talmengda og d følgjeorden.

Regel for tost til tal
a¦b, der a er ein tost, og b er eitt eller fleire tal anten som tal åleina, i kest, i deldiem eller i diem. Vi kan valfritt bruke mellomrom mellom talordensteiknet og b.

Regel for opphavstal
a = +[j=0,k] a(j) = a(0)a(1) ... a(k) = a(0) + a(1) + ... + a(k), der a er eit tal, a(j) er enkelttal i a lik I. Særtilfelle: Ved null er a lik 0.

Regel for mengdetal
a, der a er eit mengdetal. Mengdetal er heiltal frå 0 og oppover medtalig, med mengda 1 seg imellom innbyrdes.

Regel for artstal
a = b / c, der a er eit artstal, b er eit grunntal og c er eit heiltal. Der ein av virkarane a, b eller c er utfallig.

Regel for tilleggjingstal
a = +[j=0,k] a(j) = a(0)a(1) ... a(k) = a(0) + a(1) + ... + a(k), der a er eit tilleggjingstal, a(j) er enkelttal som artstal. Enkelttala som artstal kan vere ordna i ulike følgjeorden. (Minkande, tilfeldig, aukande, minkande og lik og aukande og lik.) Ved null er der kun eitt enkelttal lik 0.

Framgangsmåte for å veksle uvekslebare tilleggjingstal til vekslebare tilleggjingstal:
1. Vi ordnar talteikna i minkande orden.
2. Vi byrjar med minstearten, og vekslar mindre artar til større, inntil det ikkje lenger er mogleg å veksle meir.
3. Som hjelp kan vi skrive veksla artar under tilleggjingstalet, samt stryke ut allereie veksla enkelttal som blir veksla fleire gongar.

Regel for stikktal
For heiltal:
a = a(0)a(1) ... a(k) = +[j=0,k] (a(j) · b^{I}j) = (a(0) · b^{I}0) + (a(1) · b^{I}1) + ... + (a(k) · b^{I}k) = +[j=0,k] (a(j) · (c / (j – 1))) = (a(0) · (c / (k – 1))) + (a(1) · (c / (k - 2))) + ... + (a(k) · (c / 0)), der a er eit stikktal, a(k) er eit mengdetal, b er artstal med minkande følgjeorden, c er eit grunntal og j og k er medtalige heiltal. Ved fleire artar enn éin er b^{I}k er grunnarten og b^{I}0 størstearten. Artar med ei delmengde lik 0 imellom størsteart og grunnart må vere med i stikktalet. Føresetnad for utfall i regelen for likearta talmengde må brukast for kvar art for seg.
For heiltal og deltal:
a = a(0)a(1) ... a(d).a(d + 1) ... a(k-1)a(k) = +[j=0,k] (a(j) · b^{I}j) = (a(0) · b^{I}0) + (a(1) · b^{I}1) + ... + (a(d) · b^{I}d) + ... + (a(k - 1) · b^{I}(k - 1)) + (a(k) · b^{I}k) = +[j=0,k] (a(j) · (c / (d – j))) = (a(0) · (c / (d – 1))) + (a(1) · (c / (d - 2))) + ... + (a(d) · (c / 0)) + ... + (a(k - 1) · (c / (d - k + 1))) + (a(k) · (c / (d - k))), der a er eit stikktal, a(k) er eit mengdetal, b er artstal med minkande følgjeorden, c er eit grunntal og d, j og k er medtalige heiltal. Ved fleire artar enn éin er b^{I}0 størstearten, b^{I}d grunnarten og b^{I}k minstearten. Artar med ei delmengde lik 0 imellom størsteart og grunnart må vere med i stikktalet. Føresetnad for utfall i regelen for likearta talmengde må brukast for kvar art for seg.

Regel for uf
ab, der a er eit mengdetal ulik 0 og b er eit artstal.

Regel for uftal
a = +[j=0,k] (a(j · 2) · b^{I}j) = (a(0) · b^{I}0) + (a(2) · b^{I}1) + ... + (a((k – 1) · 2) · b^{I}(k - 1)) + (a(k · 2) · b^{I}k) = +[j=0,k] (a(j · 2) · (c / d^{I}j)) = (a(0) · (c / d^{I}0)) + (a(2) · (c / d^{I}1)) + ... + (a((k - 1) · 2) · (c / d^{I}(k - 1))) + (a(1 + (k · 2)) · (c / d^{I}k)), der a er eit uftal, a(j · 2) er mengdetal, b er artstal i minkande følgjeorden frå venstre, c er grunntal, d er heiltal i minkande følgjeorden frå venstre, j og k er heiltal. Ved fleire artar enn éin er b^{I}1 er størstearten, b^{I}k er grunnarten og/eller minstearten. Føresetnad for utfall i regelen for likearta talmengde må brukast for kvar art for seg.

Regel for tveuf
ab, der a er eit vekslebart uftal med artar større eller lik grunnarten og mengdetal større enn null, og b er eit artstal. Vi skriv tveuf forutan mellomrom seg imellom.

Regel for tveuftal

$a = +[j=0,k]\ (b^{I}j \cdot c^{I}j) = (b^{I}0 \cdot c^{I}0) + (b^{I}1 \cdot c^{I}1) + ... + (b^{I}(k - 1) \cdot c^{I}(k - 1)) + (b^{I}k \cdot c^{I}k) =$ $+[j=0,k]\ (b^{I}0 \cdot (d / e^{I}j)) = (b^{I}1 \cdot (d / e^{I}0)) + (b^{I}1 \cdot (d / e^{I}1)) + ... + (b^{I}(k - 1) \cdot (d / e^{I}(k - 1))) +$ $(b^{I}(k) \cdot (d / e^{I}k))$, der a er eit tveuftal, $b^{I}j$ er eit vekslebart uftal med artar større eller lik grunnarten, c er artstal med minkande følgjeorden frå venstre, d er grunntal, e er heiltal med minkande følgjeorden frå venstre, j og k er heiltal. Dersom tveuftalet har fleire artar enn éin er $c^{I}0$ størstearten, $c^{I}k$ grunnarten og/eller minstearten. Føresetnad for utfall i regelen for likearta talmengde må brukast for kvar art for seg (artar i uftalet for seg sjølv i høve til regelen for uftal).

Vedlegg

Liste over talordenane:

Med mengdetal:

Mengdetal	Opphavstal	Tilleggjingstal	Stikktal	Uftal	Tveuftal
G	IIIIIIIIIIIIIIII	ÅIIIIII	16	1Å6I	1IÅ6II
F	IIIIIIIIIIIIIII	ÅIIIII	15	1Å5I	1IÅ5II
E	IIIIIIIIIIIIII	ÅIIII	14	1Å4I	1IÅ4II
D	IIIIIIIIIIIII	ÅIII	13	1Å3I	1IÅ3II
C	IIIIIIIIIIII	ÅII	12	1Å2I	1IÅ2II
B	IIIIIIIIIII	ÅI	11	1Å1I	1IÅ1II
A	IIIIIIIIII	Å	10	1Å	1IÅ
9	IIIIIIIII	IIIIIIIII	9	9I	9II
8	IIIIIIII	IIIIIIII	8	8I	8II
7	IIIIIII	IIIIIII	7	7I	7II
6	IIIIII	IIIIII	6	6I	6II
5	IIIII	IIIII	5	5I	5II
4	IIII	IIII	4	4I	4II
3	III	III	3	3I	3II
2	II	II	2	2I	2II
1	I	I	1	1I	1II
0	0	0	0	0	0

Med artstal:

Artstal	Opphavstal	Tilleggjingstal	Stikktal	Uftal	Tveuftal
M	IIIIIIIIII · IIIIIIIIII · IIIIIIIIII	M	1000	1M	1IM
N	IIIIIIIIII · IIIIIIIIII	N	100	1N	1IN
Å	IIIIIIIIII	Å	10	1Å	1IA
1	1	I	1	1I	1II
V	1 : IIIIIIIIII	V	0.1	1V	1IV
W	1 : (IIIIIIIIII · IIIIIIIIII)	W	0.01	1W	1IW
X	1 : (IIIIIIIIII · IIIIIIIIII · IIIIIIIIII)	X	0.001	1X	1IX
0	0	0	0	0	0

Utfall til øvingsoppgåvene

Øvingsoppgåve 1:
Grunntal: 4
Opphavstal: IIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
Mengdetal: 1, 1, 1, 1, 1, 1
Artstal: N, Å, I, V, W, X
Tilleggjingstal: NÅIVWX
Stikktal: 111.111
Uftal: 1N1Å1I1V1W1X
Tveuftal: 1IN1IÅ1II1IV1IW1IX

Øvingsoppgåve 2:
Grunntal: 4
Opphavstal: ≈IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
Mengdetal: 1, 2, 3, 4, 5, 6
Artstal: N, Å, I, V, W, X
Tilleggjingstal: NÅÅIIIVVVVWWWWWXXXXXX
Stikktal: 123.456
Uftal: 1N2Å3I4V5W6X
Tveuftal: 1IN2IÅ3II4IV5IW6IX

Øvingsoppgåve 3:
Grunntal: A
Opphavstal:
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
Mengdetal: 1, 6, 8, 7
Artstal: M, N, Å, I
Tilleggjingstal: MNNNNNNÅÅÅÅÅÅÅÅIIIIIII
Stikktal: 1687
Uftal: 1M6N8Å7I
Tveuftal: 1IM6IN8IÅ7II

Øvingsoppgåve 4:
Grunntal: A
Opphavstal:
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
Mengdetal: 2, 1, 2
Artstal: N, Å, I
Tilleggjingstal: NNÅII
Stikktal: 212
Uftal: 2N1Å2I
Tveuftal: 2IN1IÅ2II

Øvingsoppgåve 5:
Grunntal: A
Opphavstal:
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
Mengdetal: 1, 2, G
Artstal: N, Å, I
Tilleggjingstal: NÅÅIIIIIIIIIIIIIIII
Stikktal: 12G
Uftal: 1N2ÅGI
Tveuftal: 1IN2IÅGII

Andre varer gitt ut av forlaget Verda:

Bok ∨ Ebok	Språk
Erenglære	Nynorsk
Erenglære	Bokmål
Kestlære	Nynorsk
Kestlære	Bokmål
Følgjelære	Nynorsk
Følgelære	Bokmål
Diemlære	Nynorsk
Diemlære	Bokmål
Mengdelære	Nynorsk
Mengdelære	Bokmål
Otliste	Nynorsk
Otliste	Bokmål

Dataforskrift	Språk
Omsetjing av talorden	Nynorsk
Oversetting av tallorden	Bokmål