Mengdelære

Bokmål

Tom André Tveit

Verda

Mengdelære

Tom André Tveit

Mengdelære

2. utgave
Bokmål

Verda

Tittel: Mengdelære
Forfatter: Tom André Tveit
Redaktør: Tom André Tveit
Forlag: Verda
Sted: Bergen
Utgitt: 2015
Språk: Bokmål
Utgave: 2. utgave
Filformat: .pdf
Størrelse: 210 mm · 297 mm (A4)
Sider: 68
ISBN: 978-82-8329-030-1

Kontaktopplysninger:
Tom André Tveit (Verda)
Postboks 2636
5828 Bergen
post@verda.no
http://www.verda.no

Oversetting av tallorden:
Vi vil tilråde dataforskriften 'Oversetting av tallorden'. Denne dataforskriften har samlet mye av mengdelæren, særskilt de ulike tallorden (inntil videre foruten tveuftall), og er derfor til god hjelp for å lære mengdelæren på en kvikkere og enklere måte. Se avsnittet om bestilling.

Gratis otliste (tegn- og ordliste):
På internettsiden http://www.verda.no er det mulig å laste ned en gratis otliste (tegn- og ordliste) som ebok. Den inneholder alle de ot (tegn og ord) som er nye i bøkene gitt ut på forlaget Verda – og vil derfor kunne være til hjelp for de som i lesing av en eller flere av disse bøkene skulle møte noen ot som de ikke er kjent med.

Bestilling:
Se bakerst i boken for bestillingsskjema og opplysninger om hvordan bestille varer fra Verda.

Fagspørsmål:
På internett er det mulig å få svar på fagspørsmål. Se http://www.verda.no/fagsporsmal for mer om pris, og om hvordan en går frem for å stille fagspørsmål, med mer.

Innspill:
Dersom det blir funnet noen feil, enten skrivefeil eller andre feil, eller noe som kan videreutvikle eller på annen måte forbedre lærebøkene, kan innspill sendes til følgende epostadresse: innspel@verda.no

Forord

Mengdelæren ble skrevet fordi jeg trengte bedre innsikt i tall og mengder. Det viste seg at inntil denne tid, har det vært store mangler i gjeldende mengde- og tallære. Denne mengdelæren inneholder mange nye ting som vi ikke har hatt før, samt en del emner som er endret litt på. Mengdelæren har på grunn av dette fått mange nye bruksområder som den ikke har hatt før, og i tillegg har den blitt mye bedre, da både tall, mengder og mye av det de kan brukes til er blitt enklere å lære seg. Blant nye ting er omgrepet tallmengde – dette står nå som grunnlag for alle tallorden. Opphavstall er en tallorden som blant annet gir en grunnleggende forklaring på hvordan handlingene tillegging, fratrekking, ganging, deling, opphøying og nedhøying skal utøves i regnelæren. Uftall og tveuftall er to tallorden som sammen gir grunnlaget for måten vi vanligvis teller og leser tall på, og derfor styrkes mengdelæren mye når disse er lagt til. Ellers kan det nevnes, at på grunn av at vi har den nye tallmengden – som blant annet gjør det langt enklere å forstå hva ulike grunntall gir av mengder – legger vi i denne mengdelæren mindre vekt på forskjellen mellom tallorden med ulike grunntall enn før. Det kan legges til om dette sistnevnte at vi uansett i de aller fleste tilfeller klarer oss med kun ett grunntall – og det er grunntallet omi.

Når det gjelder regnespråket i denne mengdelæren, er det også nytt. Hele formålet med dette regnespråket er å kunne skrive regning på én linje – da dette er noe som er svært nyttig blant annet på datamaskin. Derfor vil reglene og eksemplene som bruker regnespråket være litt ukjent i begynnelsen – men likevel skal jeg unngå nærmere forklaring på dette, da forskjellene fra det regnespråk som vi vanligvis kjenner fra skoleverket blant annet i Norge den dag idag, ikke er store. For de som skulle ønske en nærmere forklaring, vil de finne svar i diemlæren – diemlære er enkelt sagt en lære for skrivereglene for dette nye regnespråket. En ting som noen sikkert kommer til å merke seg, er at mange regler blir svært lange, på grunn av at alt blir skrevet på én linje. De som skulle finne nytte for det, kan oversette reglene til det regnespråk de er mest vant med selv.

Et annet mål var å skrive mengdelæren på norsk. Dette gav opphavet for mange norske omgrep vi kun har hatt i fremmede språk fra før, sammen med mange nye omgrep som vi ikke har sett i noe språk. Årsaken er som allerede nevnt at der er mange nye ting i denne mengdelæren, sammen med at helheten i den har gitt høve til å skape en del nye omgrep. Allmengdelig, artstall, deltall, enkelttall, grunnart, medtall, mengdetall, minsteart, mottall, oin, oinar, omar, omi, opphavstall, stikktall, størsteart, særopphavstall, tallmengde, tallorden, tideling, tilleggingstall, tost, tresstall, tveuf, tveuftall, uallmengdelig, uf, uftall, uvekslebar og vekslebar, er disse nye omgrepene. For ordens skyld kan det sies at disse ordene kan kalles norske ord – de har litt ulik bøying i nynorsk og bokmål, men de kan altså sees på som både nynorske ord, og bokmålsord. Et råd er å bruke ordlisten på side 55 under lesing av boken – der finner vi avgrensinger for både de nye ordene, sammen med alle de viktigste ordene som brukes i forklaringen av hva tall og mengder er for noe. I tillegg, har omgrepene ti, tidel, hundre, hundredel, tusen og tusendel fått nye avgrensinger. Dette skal vi bli kjent med særlig i delkapitlet om artstall.

Bruksområdene til mengdelæren er mange – blant annet i alle fag i skoleverket på ulike måter – i noen fag mer åpenbart enn andre. Mengdelæren er jo blant annet et viktig grunnlag for språket vårt, slik at mengder kommer vi innom i det meste som gjelder språk. I skrivende stund har jeg ikke oversikt over alle de fag og utdanninger mengdelæren kan høve til – dette er noe som vil bli tilgjengelig etterhvert, særlig dersom denne mengdelæren og de nye omgrepene blir lagt til i læreplanen. I den gjeldende læreplanen finner vi i hovedsak mengdelæren innenfor regnefaget – og dette er klart et av de viktigste bruksområdene.

Forfatteren ønsker at leserene lærer noe nytt, og ellers trives med lesingen av denne boken.

Innhald

1 Mengde

En mengde er det som forteller oss om det er en, eller mer eller mindre enn en av noe. En mengde, er noe vi kan telle, og er derfor det som vi har fremfor oss når vi skal telle. En mengde kan for eksempel være poteter som skal kokes til en middag.

Vi kan i begynnelsen av denne mengdelæren óg forklare forholdet mellom omgrepene mengder og tall. Ot er både ord og tegn, og det som ord og tegn står for i seg selv – mengde er derfor både et ord, og det som ordet mengde står for i seg selv. Noen av ordene og tegnene for mengder kaller vi tall. Dette er viktig å merke seg, fordi da forstår vi at tall egentlig er mengder. Tallord og talltegn er derfor noen ulike mengder. Vi kommer ikke bort fra at ordene og tegnene for tallene er noe for seg selv óg – for eksempel en ener, er en enhet av tallet og mengden en – i dette tilfeller brukes tallene som enheter i seg selv, og ikke som ord og tegn for mengde. I tillegg til tallene, har vi óg en del mengdeord som vi bruker som ord og tegn for ulike mengder. Tallene skal vi lære om i kapitlet om tall, og mengdeord skal vi se nærmere på i slutten av dette kapitlet.

1.1 Delmengde

En delmengde er en del av en mengde. Har vi for eksempel en mengde, og deler mengden opp i flere mindre deler, kaller vi hver del en delmengde.

1.2 Enhet og mengde

En mengde forteller oss om hvor mange det er av noe – og dette noe kan være ulike enheter. Derfor forteller en mengde oss alltid om hvor mange enheter vi har av en viss enhet.

1.3 Art

En art er en underenhet av en enhet. Når vi ser til ereng, kan art tilsvarende forklares å være; hver av sufene til en lufe.

1.4 Likeartet og ulikeartet mengde

Vi skiller mellom mengder med *lik* art innbyrdes, og mengder med *ulik* art innbyrdes, som kalles henholdsvis likeartede mengder og ulikeartede mengder. En mengde kan altså bestå av en eller flere arter. Det kan legges til at delmengder óg kan være likeartede og ulikeartede.

1.5 Størstart og minsteart

I en mengde med flere arter, kaller vi den minste arten i mengden for minsteart, og den største arten i en mengde for størsteart.

1.6 Mengdeord

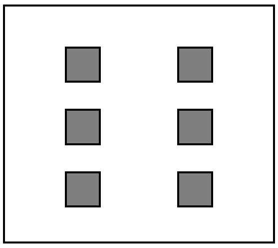
Vi bruker en del ulike mengdeord til å forklare hvor store ulike mengder er – hvor mange enheter der er i en mengde. Vi skal lære om tall i de to følgende kapitlene om tallmengder og tall, som er ord og tegn som kan forklare hva som helst mengde så nøyaktig som vi ønsker. Mengdeordene kan brukes i mange ulike tilfeller, men gir ikke samme nøyaktighet – er mer overordnet omgrep som forenklet forklarer hvor stor ulike mengder er. For eksempel omgrepet alle, kunne jo i en mengde på 4 vært omtalt mer nøyaktig som 4, ordene mange og få er unøyaktige, der vi som oftes forstår ordene som at de gjelder henholdsvis, flere enn halvparten og færre enn halvparten i en mengde.

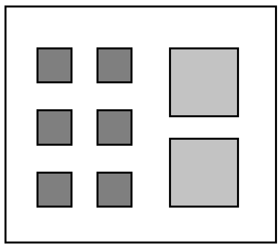
Mengdeordene er ordnet i entall og flertall, og etter kjønn i entall henholdsvis hankjønn, hunkjønn og intetkjønn – og er i ubunden form. Strek betyr i listen av mengdeord som følger, at der ikke finst noe ord med den bøyingen. De ulike mengdeordene er:

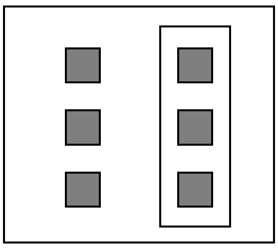
Entall			Flertall
Hankjønn	Hunkjønn	Intetkjønn	
all	all	alt	alle
annen	annen	annet	andre
annenhver	annenhver	annenhvert	-
enhver	enhver	ethvert	-
-	-	-	få
ingen	inga el. ingen	ikke noe el. intet	ingen
hver	hver	hvert	-
mang en	mang ei el. mang en	mangt (et)	mange
noen	noen	noe	noen

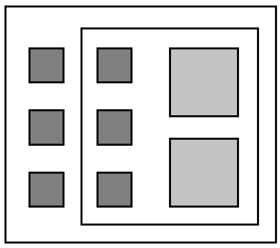
Et tillegg om mengdeordene få og mange, er at disse óg kan brukes som egenskapsord – se i ordlisten, eller i språklæren, for mer om dette.

Vi ser på noen eksempler for de ulike mengder:


Bilde 1 – likeartet mengde


Bilde 2 – ulikeartet mengde


Bilde 3 – likeartet delmengde

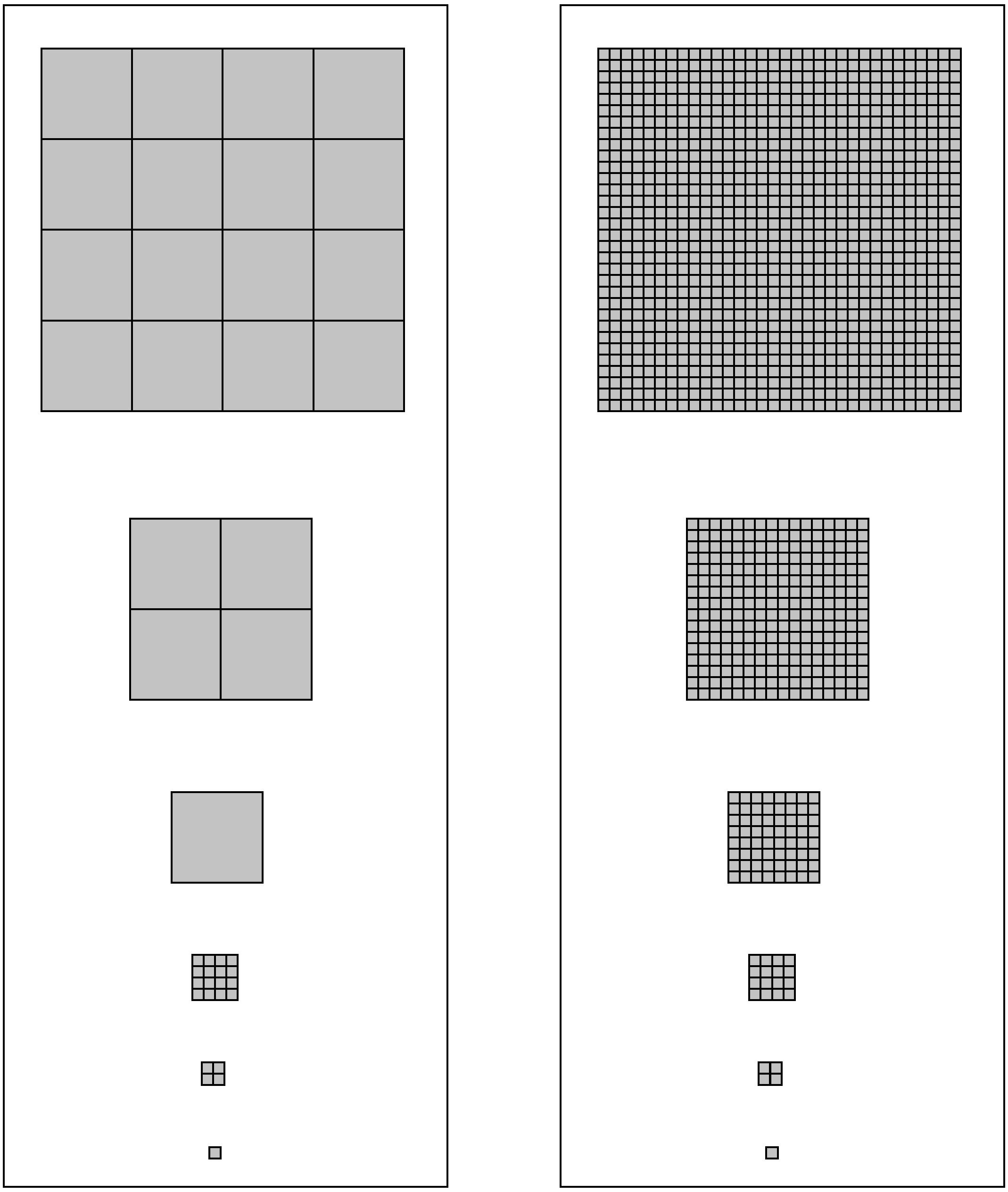

Bilde 4 – ulikeartet delmengde

På bildene betyr de ufargede firkantene mengde – der når de er innbyrdes i en annen slik, er de en delmengde. De fargede firkantene er enheter i mengden, og vi sier at når de er ulike er de av ulik art. Vi ser at på bilde 2 og 4 har vi to ulike størrelser, og der finner vi en størsteart og en minsteart.

2 Tallmengde

En tallmengde er en særskilt sammensatt mengde, som vi bruker som grunnlag for alle tall for mengder. Som vi allerede har lært i kapitlet om mengde, kaller vi noen av ordene og tegnene vi bruker for ulike mengder for tall. Tallmengde er derfor svært viktig å lære seg, fordi da vil en forstå hvordan de ulike tall vi bruker er bygt opp, og satt sammen.

I de følgende avsnitt skal vi lære de omgrep vi bruker for å forklare hva en tallmengde er. Vi bruker noen av de samme omgrepene allerede forklart i kapitlet om mengde, som får noen tillegg som gjelder særskilt for tallmengde. Først ser vi på et bilde over to ulike tallmengder, som vi skal bruke i forklaringen av disse omgrepene nevnt:



Bilde 5 – to ulike tallmengder

På bilde 5, ser vi to ulike tallmengder, der den første tallmengden har en størsteart, en grunnart og en minsteart. Minstearten er den første nedenfra, grunnarten er den fjerde, og størstearten den sjette. Vi ser at størstearten er seksten ganger så stor som grunnarten, og grunnarten selv er seksten ganger så stor som minstearten. Den andre tallmengden har samme minsteart som grunnarten. Den andre tallmengden har vi tatt med for å vise hvordan minstearten i den første tallmengden kan fordeles i de tre største artene. Og vi ser at i den andre tallmengden, er minstearten 1024 ganger så stor som størstearten. Vi kan óg si at et forhold imellom den første og den andre tallmengden, er at den første tallmengden er 64 ganger så stor som den andre tallmengden – da grunnarten er 64 ganger så stor i den første tallmengden, som den andre tallmengden. Grunnarten er den samme i begge tallmengdene med tanke på mengde (lik 1); den fjerde nedenfra i den første tallmengden, og den første nedenfra i den andre tallmengden. Det er mange andre ting å si om disse to tallmengdene vi ser på bilde 5 – og vi skal bruke de mer utover i kapitlet.

2.1 Grunnart

Grunnart er den grunnleggende art i en tallmengde, som de andre arter i tallmengden har som utgangspunkt. Grunnarten er derfor svært viktig for tallmengden. Grunnarten har en mengde lik 1, men har talltegnet I som leses; 'oin' – dette er et artstall. Artstallet I får vi ved å opphøye et grunntal med tallet 0. Vi blir bedre kjent med artstall i delkapitlet om artstall. Ved å opphøye grunntal, der opphøyingen er et heltallig medtall eller mottall, lager vi de andre artene i en tallmengde. Forenklet kan vi si at artene i en tallmengde lages kun ved et opphøyet grunntall, der opphøyingen er 0, eller et heltallig medtall eller mottall. Vi lærer mer om omgrepene grunntall, heltall, medtall og mottall i kapitlet om tall, og ellers kan vi óg se til ordlisten for mer om hva disse omgrepene betyr.

I begge de to tallmengdene på bilde 5, er grunntallet 4. Den første tallmengden har følgende arter:

4/2, 4/1, 4/0, 4/-1, 4/-2, 4/-3 som gir delmengdene
16, 4, 1, 0.25, 0.0625, 0.015625

Den andre tallmengden har følgende arter:

4/5, 4/4, 4/3, 4/2, 4/1, 4/0 som gir delmengdene
1024, 256, 64, 16, 4, 1

2.2 Art og tallmengde

I en tallmengde, kan som allerede nevnt alltid minstearten fordeles på de andre arter, slik som vi ser i den andre tallmengden på bilde 5. Når vi ser på tallmengder som firkantede flater, slik som på bilde 5, kan vi si at alltid vil en heltallig mengde av minstearten kunne fylle nøyaktig samme flate, som hver av de ulike arter tallmengden har. Omgrepet art bruker vi i tallmengden for hver av de arter som kommer av et opphøyd grunntall, der opphøyingen er 0, et medtall eller et mottall. Disse arter kan alt etter om tallmengden har arter mindre enn grunnarten eller ikke, henholdsvis enten ha en heltallig mengde grunnarter eller minstearter som nøyaktig er like stor som hver av de ulike andre arter.

Det kan klargjøres at vi som oftest ser på alle arter i tallmengden, alt etter om tallmengden har arter mindre enn grunnarten eller ikke, som å være henholdsvis enten grunnarten eller minstearten som en viss heltallig mengde. Derfor om vi hadde brukt den mer allmenne avgrensingen av omgrepet art ifra kapitlet om mengde, ville vi kunne misforstått tallmengden som å kun ha én art – nettopp enten grunnarten eller minstearten dersom tallmengden har arter mindre enn grunnarten. Et særtilfelle er at når vi *veksler* tallmengden kun til minstearten, enten den er lik grunnarten eller ikke – blir tallmengden alltid likeartet, og har én art, nemlig minstearten. Det å veksle en tallmengde som nevnt er en svært viktig handling med tallmengder, og dette skal vi se nærmere på i avsnittet om veksling.

2.3 Enhet og tallmengde

Grunnarten har en mengde lik 1 – og dette betyr at grunnarten alltid er én enhet i seg selv. Grunnarten kan være hva som helst enheter eller mengder innbyrdes i grunnarten, men uavhengig av dette har grunnarten alltid 1 som mengde.

Ser vi på bilde 5, ser vi at grunnarten både i den første og den andre tallmengden har en mengde lik 1. Dersom vi hadde delt for eksempel den første tallmengden sin grunnart i minstearten, ville vi fått 64 ulike minstearter innbyrdes i grunnarten. Som vi har sett har minstearten i den første tallmengden størrelsen 0.015625, og da får vi ved å gange 64 med minstearten 0.015625 en mengde lik 1.

2.4 Delmengde og talmengde

I tallmengder brukes delmengde som omgrep når vi har flere enheter av en eller flere artar i en mengde innbyrdes i tallmengden. Det er viktig å legge til at vi kunne óg ment, ifølge den mer allmenne avgrensingen av omgrepet delmengde gitt i kapitlet om mengde, at hver art større enn minstearten, enten minstearten er lik grunnarten eller ikke, egentlig er en delmengde selv – men vi bruker ikke omgrepet delmengde for artene i en tallmengde, foruten dersom vi selv skulle få trang til det for et særskilt bruksområde. Ser vi til bilde 5, ser vi derfor to ulike tallmengder med seks ulike arter hver for seg, og der hver art har en delmengde lik 1.

Et tillegg er at det selvsagt ikke er feil om noen skulle omtale en art sin mengde minstearter som delmengde – det blir til og med gjort i denne læreboken – men da er arten skilt ifra tallmengde ellers, som en delmengde, der vanligvis delmengden er en mengde av minstearten. Dette er forenlig med avgrensingen til omgrepet delmengde i kapitlet om mengde.

2.5 Likeartet og ulikeartet tallmengde

For tallmengder er det viktig å få frem at når en tallmengde har flere arter, er den alltid ulikeartet selv enn om tallmengden kunne vært vekslet i kun minstearten. Først når en ulikeartet tallmengde er vekslet i kun minstearten, kan vi omtale den som likeartet. Ellers er selvsagt óg alle tallmengder som kun har én art, enten det er grunnarten, eller en annen art, en likeartet tallmengde. På bilde 5 ser vi to ulikeartede tallmengder.

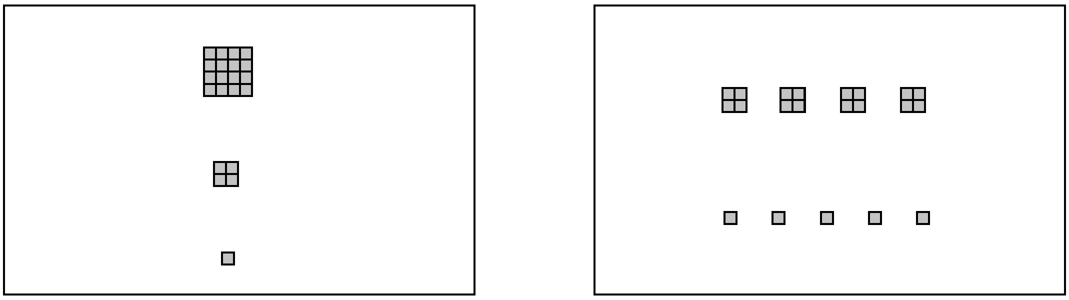
2.6 Størsteart og minsteart

Har tallmengden flere arter enn en – fra to arter og oppover, har tallmengden alltid størsteart og minsteart. Størstearten og minstearten kan være både mindre, lik og større enn grunnarten alt etter hva arter tallmengden har. Det særskilte ved minstearten, er at alltid de større arter kan veksles i heltallige mengder av minstearten – dette skal vi lære mer om i neste avsnitt. I begge de to tallmengdene på bilde 5, er den første og den sjette arten henholdsvis minsteart og størsteart.

2.7 Veksling

Det å veksle er å endre på sammensetningen til en tallmengde. For å klargjøre det, så er ikke veksling det å øke eller minke en tallmengde – men å endre på sammensetningen. En veksling er derfor å veksle en eller flere arter i noen mindre og/eller noen større arter.

En tallmengde kan veksles på svært mange ulike måter. Ser vi til minstearten kan alltid alle arter i tallmengden veksles i en heltallig mengde av minstearten, enten minstearten er grunnarten eller ikke. Og for en hva som helst gitt art i tallmengden andre enn størstearten, kan alltid de større artene (samt den gitte arten selv) veksles i en heltallig mengde av den gitte arten. Dette betyr at vi kan endre sammensetningen til tallmengden på svært mange ulike måter. Se til bilde 6 under, for et eksempel på en veksling med de tre minste artene i den første tallmengden på bilde 5. Den tredje arten nedenfra er vekslet til en delmengde på 3 av den nest minste arten, og en delmengde på 4 av minstearten. I vekslingen vi ser på bilde 6 veksles derfor tre arter med delmengde 1 hver for seg, til to arter, lik den nest minste arten og minstearten, med henholdsvis delmengde 4 og delmengde 5.



Bilde 6 – en veksling

Et særtillegg om veksling er at óg innom samme art kan en veksling foregå. Men i en tallmengde er dette alltid unødvendig – dette vil kreve at enhetene i hver art egentlig ikke er helt like, og at de derfor kan veksles med nokre andre enheter som gir en annen sammensetning innom den samme arten.

2.8 Vekslebar og uvekslebar tallmengde

Ser vi til bilde 6, ser vi en veksling som endrer sammensetningen ifra tre arter til to – og denne kan tilsvarende veksles tilbake ifra de to artene til de tre. Med dette har vi nå kommet inn på noe vi kan bruke til forklaringen av hva skilnaden mellom vekslebare og uvekslebare tallmengder er: Vekslebare tallmengder kan entydig veksles tilbake til tallmengden før første veksling, og uvekslebare tallmengder kan ikke entydig veksles tilbake til tallmengden før første veksling.

Regel for vekslebare og uvekslebare tallmengder

Vekslebare tallmengder har alltid delmengder mindre enn grunntallet til tallmengden.
Uvekslebare tallmengder har alltid delmengder større eller lik grunntallet i tallmengden.

Ser vi til bilde 6, ser vi til venstre en vekslebar tallmengde, og til høyre en uvekslebar tallmengde. Vi har tidligere sagt at vekslingen på bilde 6 kunne blitt vekslet tilbake til den første tallmengden fra tallmengden til høyre – og dette blir entydig – det er fordi tallmengden til venstre er vekslebar da grunntallet er fire og hver delmengde er lik 1. Ser vi til tallmengden til høyre, er den uvekslebar dersom den óg har grunntallet fire – derfor kan den ikke veksles til den tallmengden til venstre, og tilbake entydig. Dette er fordi vi ikke vet hvor mange hver art skal ha som delmengde – vekslingen tilbake kunne vært til alle slags arter da vi ikke har noen grenser for hvor stor delmengde hver art skal ha. Når vi ikke vet hva den første tallmengden var som vi vekslet ifra, har vi altså mange ulike mulige tilfeller for hva vekslingen tilbake kan bli, når vi har vekslet en uvekslebar tallmengde – men en vekslebar tallmengde som blir vekslet, kan kun veksles tilbake til ett og samme tilfelle. Vi ser at når vi veksler en vekslebar tallmengde får vi en uvekslebar tallmengde – og dette gjelder alltid. Når vi veksler en uvekslebar tallmengde kan vi både få en vekslebar og en uvekslebar tallmengde.

Vekslebare tallmengder kan nøyaktig som hva som helst mengde, uavhengig av grunntall, veksles til uendelig mange ulike uvekslebare tallmengder alt etter hva tallmengden er. Omvendt kan uvekslebare tallmengder, slik som hva som helst mengde, både veksles til de uendelig mange ulike uvekslebare tallmengder, samt veksles til en og samme vekslebare tallmengde alt etter hva grunntallet er. Vi ser at en forklaring på skillet mellom vekslebar og uvekslebar tallmengde derfor er, at når et grunntall er gitt, finst der kun én måte en hva som helst mengde kan settes sammen på som en vekslebar tallmengde. En uvekslebar tallmengde når et grunntall er gitt, kan for en hva som helst mengde, settes sammen på tilnærmet uendelig mange ulike måter alt etter hva mengden er. Årsaken til dette er at vekslebare tallmengder er satt sammen slik at artene er av en slik størrelse i høve til hverandre, at en art aldri kan være like stor når vi forsøker bruke mindre eller større arter for den samme mengden. Ved uvekslebare tallmengder, kan hva som helst art bli like stor som andre større arter, fordi det ikke er en grense for hvor stor delmengdene vi kan ha til hver art.

2.9 Regler for veksling av tallmengder

1. Veksling ved minsteart: Alle arter i tallmengden kan alltid veksles i en heltallig mengde av minstearten, enten minstearten er grunnarten eller ikke.
2. Veksling ved en gitt art: For en gitt art i en tallmengde andre enn størstearten, kan alltid de større artene veksles i en heltallig mengde av den gitte arten.
3. Vekslebare tallmengder: Er alle delmengdene mindre enn grunntallet i tallmengden, kan alltid tallmengden sine arter veksles, og veksles entydig tilbake til tallmengden før første veksling. En veksling av en vekslebar tallmengde, gir alltid en uvekslebar tallmengde, som alltid kan veksles tilbake til den vekslebare tallmengden.
4. Uvekslebare tallmengder: Er minst en delmengde større eller lik grunntallet i en tallmengde, kan ikke tallmengden veksles entydig tilbake til tallmengden før første veksling, når den er vekslet. En veksling av en uvekslebar tallmengde, kan gi både en vekslebar og en uvekslebar tallmengde.

2.10 Regler for tallmengde

Med alle de omgrep vi no har lært om tallmengde, kan vi se på regelen for tallmengde. Regelen for tallmengde er svært viktig for alt som har med tall og regning å gjøre – årsaken er at de allmengdelige tallordenene bruker tallmengde som grunnlag, og at allmengdelige tall vanligvis brukes i regning.

Regel for likeartet tallmengde

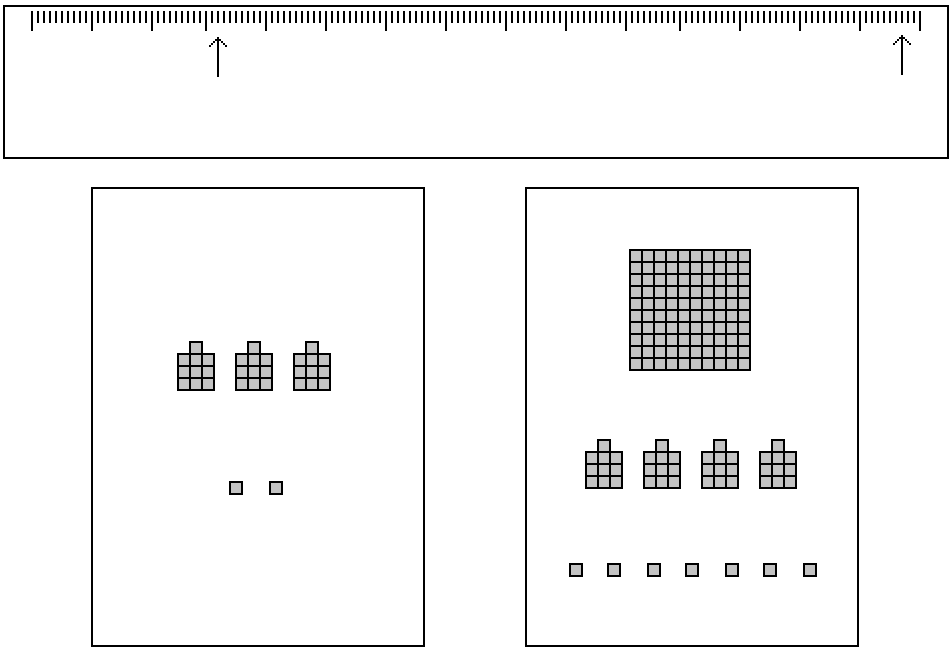
$a \cdot (b / c) = a \cdot d$, der a er et mengdetall, b et grunntall, c et heltall, og d et artstall. Der en av virkerene b, c eller d er utfallig.

Regel for ulikeartet tallmengde

$+[j=1,k]\ ((a^{I}j \cdot (b / c^{I}j))) = (a^{I}1 \cdot (b / c^{I}1)) + (a^{I}2 \cdot (b / c^{I}2)) + ... + (a^{I}k \cdot (b / c^{I}k)) = +[j=1,k]\ ((a^{I}j \cdot (d^{I}j))) = (a^{I}1 \cdot d^{I}1) + (a^{I}2 \cdot d^{I}2) + ... + (a^{I}k \cdot d^{I}k)$, der a er et mengdetall, b er et grunntall, c, j og k er heltall og d er et artstall, der c og d vanligvis skrives i minkende følge (ikke et krav). Forutsetning for utfall i regelen for likeartet tallmengde må brukes for hver art for seg.

Vi ser av regelene for tallmengde at (b / c) er lik et artstall d. For mer om hva mengdetall og artstall er se delkapitlene om mengdetall og artstall.

Vi ser at tallmengde er en særskilt måte å ordne mangder på. Som vi har vært inne på, er tallmengder grunnlaget vi bruker for tall – og tall er det vi skal inn på i det følgende kapitlet. Vi kommer til i læring av hva tall er for noe, til å bedre forstå hva tallmengde er. Når vi skal lære om hva blant annet opphavstal, mengdetall, artstall, tilleggingstall, stikktall, uftall og tveuftall er for noe, kan vi se tilbake til tallmengde med noen gode omgrep til å bedre forstå hva tallmengde er, samt forstå hvordan tall nettopp grunnlegges på tallmengde. Før vi går igang med kapitlet om tall ser vi på et eksempel på et bruksområde for tallmengder – bruk av lengder:



Bilde 7 – Linjal og tallmengder

Vi klargjør at lengdene i det følgende eksemplet ikke bruker målenhet – kun mengden/tallene for hva lengdene er i høve til linjalen vi ser på bilde 7: På bilde 7 ser vi en linjal, der vi har merket av to ulike lengder; 3.2 og 14.7. Minstearten har en delmengde lik 0.1, grunnarten en delmengde lik 1 og grunntallet er lik omi (som kan nevnes er det vanligste grunntallet vi bruker for tall. Se regelen for grunntall). For lengden 3.2 får vi en delmengde på 3 for arten med mengde lik 1, der vi kan merke oss at den arten har 10 minstearter innbyrdes, og en delmengde på 2 for minstearten med en mengde lik 0.1. Lengden 14.7 får en delmengde på 1 for arten med mengde lik 10, som vi ser har 100 minstearter med en mengde lik 0.1 innbyrdes, som det kan nevnes er óg 10 grunnarter med mengde lik 1 innbyrdes. Samt en delmengde på 4 av grunnarten med en mengde lik 1, og en delmengde på 7 for minstearten med en mengde lik 0.1. De tre ulike artene vi bruker i de to tallmengdene for de to ulike lengdene, har mengder lik 10, 1 og 0.1, som er henholdsvis 10/1, 10/0 og 10/-1. Når vi ser på tallmengdene med hensyn til minstearten er det lett å ta feil omkring mengden til grunnarten; grunnarten skal alltid ha en mengde lik 1, men grunnarten kan jo som vi no vet løses opp i en art mindre enn grunnarten, slik at det kan se ut som om mengden til grunnarten er ulik 1. I tillegg kan det nevnes at tallmengdene er vekslebare. Vi setter opp to regnestykker som viser hvordan de ulike artene i hver tallmengde kan legges sammen, og gi lengden som utfall:

Tallmengde 1: 1 + 1 + 1 + 0.1 + 0.1 = 3.2
Tallmengde 2: 10 + 1 + 1 + 1 + 1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 + 0.1 = 14.7

3 Tall

Tall er ord og tegn for mengde. Et tall, er det vi står igjen med, når vi har telt en mengde. Tall og mengder kan derfor sies å være to ulike sider av den samme sak – mengdene er det vi skal beskrive og tallene er verktøyet vi bruker. Tallmengde er et viktig omgrep for de ulike talordener vi har for tall, og dette vil bli merkbart når vi går igang med å lære om tall.

Tall kan óg brukes til å finne et sted i en mengde, eller til å beskrive ulike mengder av ulike målenheter, som for eksempel vekt av noe – men det er viktig å klargjøre at tall står for en mengde først og fremst. Når vi bruker tall til andre ting enn kun å beskrive en mengde, bruker vi både ord og tegn, blant annet ulik tegnsetting, for å gjøre det klart at tallet beskriver noe annet enn nettopp kun en mengde. Slike særskilte bruksområder for tall blir vi nærmere kjent med i andre lærer, særskilt regnelære; se derfor regnelære for mer om hva tall kan brukes til. Vi er nå trygg på at tall i all hovedsak beskriver mengder.

3.1 Talltegn og tallord

Når vi skal telle en mengde, eller lese eller skrive et tall for en mengde, trenger vi talltegn og/eller tallord. Tallord er ord for ulike tall som vi kan bruke til å telle med, holde en samtale om tall med eller skrive tall med. Tallord nytter blant annet de tegn som vi bruker i vårt vanlige skriftspråk. Talltegn er egne tegn som kun nyttes til å skrive tall med. Det er to ulike artar av talltegn; talltegn for mengder og talltegn for arter. Vi skal se på de talltegn vi nytter for mengder og arter, i de følgende tabellene; tabell 1 og tabell 2.

Hvert talltegn har et tallord – og på den måten er talltegn og tallord to sider av samme sak – der de leses likt og omtales likt, og ellers kan begge brukes til å forklare ulike tall og mengder med. Tallord har klart den fordel at en kan nytte bokstavene i vårt vanlige skriftsspråk slik at lesing og skriving av tall og mengder kan bli enklere for de som kjenner disse. Talltegn har klart den fordel at skriving av tall blir langt kortere – og derfor bruker vi som regel talltegnene når vi skal skrive tall. Ellers kan det legges til at i kapitlet om tallorden blir vi kjent med hvordan vi slår sammen ulike talltegn, som gir oss mange ulike måter å skrive tall og mengder på. Når vi slår sammen flere talltegn, både når det gjelder telling, fortelling, lesing og skriving, er det viktig at vi har riktig orden – foruten vil det kunne oppstå misforståing av hva mengde talltegnene egentlig står for – dette gjelder selvsagt tilsvarende tallordene. For seg selv kan verken talltegnene eller tallordene misforståes. Vi legger til at flere talltegn på en rekke, óg er tallord, på grunn av at de er flere tegn på en rekke slik som andre ord er, men vanligvis omtaler vi de kun som tall, og i hovedsak bruker vi omgrepet tallord for de ord som blir gitt ulike tall med bokstaver. Se mer om dette i avsnittet om tall og deldiem.

Talltegnene og tallordene for ulike mengder er heltallige medtall fra 0. Talltegnene og tallordene for ulike arter er grunntal opphøyd i heltallige medtall og mottal fra og med 0. I denne mengdelæren skal vi se på seksten av de første talltegnene for mengder, og de syv første talltegnene for arter – der vi ved å øke heltallet for mengder, eller øke og/eller minke heltallet til det opphøyde grunntallet for artene, kan skape stadig flere talltegn. Måten talltegnene er bygt opp på som forklart kort i dette avsnitt skal vi bli bedre kjent med i kapitlet om tallorden. En oversikt over de talltegn og tallord vi nytter i denne tallæren:

Mengder

Talltegn	Tallord
G	Seksten
F	Femten
E	Fjorten
D	Tretten
C	Tolv
B	Elleve
A	Omi
9	Ni
8	Åtte
7	Syv
6	Seks
5	Fem
4	Fire
3	Tre
2	To
1	En, et, ene (Én, ett)
0	Null

Tabell 1

Arter

Talltegn	Tallord
M	Tusen
N	Hundre
Å	Ti
I	Oin
V	Tidel
W	Hundredel
X	Tusendel
0	Null

Tabell 2

Vi ser av tabell 1 og tabell 2, at det eneste talltegnet, som har flere ulike tallord er 1. Dette talltegnet leses som ‘en’, ‘et’ henholdsvis om enheten tallet står til er hankjønn og hunkjønn eller intetkjønn - og i ubunden form i begge tilfeller.

Vi ser óg av tabellen for artstal, at deltallige artstall har tallord lik som de heltallige artstall tillagt etterstavingen -del.

Tallord kan óg være en enhet – bøyingsreglene for tallordene som enheter, finner vi i ordlistene som følger med denne mengdelæren. Det kan legges til at talltegnet 1 leses kun på én måte i hver av de ulike bøyingene som enhet.

Til slutt kan vi gjøre oppmerksom på at mengdetallet 1 og artstallet I, som har tallordene en og oin, har samme mengde 1. Dette gjelder for alle grunntall. Årsaken til at vi bruker ulike ord og teikn for mengden 1 for mengdetall og artstall, er i hovedsak at vi sammen med regelen for grunntall oppnår at alle de ulike tallordener vi skal lære om i denne læren, kan brukes foruten tvetydighet og misforståing de imellom. Dette vil vi få bedre forståelse for etterhvert som vi lærer å bruke de, både for seg selv, og sammen. Det kan nevnes at det å kunne bruke alle de ulike tallordener foruten misforståing og tvetydighet, når vi bruker de sammen, er svært viktig – og derfor har vi óg gitt mengdetall og artstall ulike talltegn for mengden 1 for å oppnå dette.

3.2 Tall og deldiem

Tall kan være flere talltegn skrevet etter hverandre, slik at de sammen skaper en rekke. Talrekker kan da i tillegg skrives som et deldiem med handlinger seg imellom. Utifra hva tallorden tallrekken har, brukes ulike handlinger imellom talltegnene i et deldiem – og det kommer vi tilbake til i kapitlet om tallorden. De ulike tallordenene er noe av det viktigste vi lærer om i tallæren.

Tallrekker kan vi altså skrive foruten regnetegn imellom hvert talltegn, fordi vi ikke kan misforstå hva delmengde de ulike talltegn har innbyrdes i tallrekken sin mengde. Ser vi til deldiem, kan de ha et kest som er lik ti (10). Da kunne vi dersom det deldiemet stod midt imellom de to kestene 1 og 0 uten regnetegn seg imellom, som i 1100, misforstått til å skulle være de to talltegnene 1 og 0, og ikke ti (10). Derfor må vi skrive et slikt deldiem som vi vanligvis skriver deldiem med handlinger imellom hvert kest, for eksempel 1+10+0, alt etter hva handlingene skal være. Siden tallrekker kan skrives uten regnetegn, vil tall se enkle ut, selv enn om det ligger en dypere tallorden gjemt i tallrekken.

Det er viktig å legge til, at vanligvis omtaler vi en tallrekke kun som ett tall, og omgrepet tallrekker bruker vi særlig for å lære om hvordan tallene er bygt opp, og hvordan vi utvikler de ulike talordenene. I tillegg har vi lært at tall med flere talltegn óg kan omtales som tallord – men dette unngår vi vanligvis, og derfor bruker vi helst omgrepet tall både i stedet for omgrepet tallord, når det gjelder flere talltegn på en tallrekke, og tallrekker ellers. Et eksempel på et deldiem, og et tall med tallordenen tilleggingstall med samme mengde:

Deldiem: M+N+Å+I
Tall: MNÅI

3.3 Enkelttall
Vi kaller hvert enkelt talltegn i en tallrekke for enkelttal. Hvert enkelttall større enn 0 har en innbyrdes delmengde i tallet sin mengde. Enkelttall er enten ett tall som består av ett tegn, eller ett enkelt tegn i et tall med flere tegn i en tallrekke. Et tall kan derfor bestå av et eller flere enkelttall. Eksempel på et tall med fem enkelttall:

19837

Et enkelttall kan vi sette alene ved å bruke handlingen enkelttegn som vist under:

a = 19837, der a(3) = 3

3.4 Heltall
Heltall er et tall for en mengde av en eller flere hele, udelte enheter. De kan være større eller mindre enn null – sagt med andre ord kan de både være medtall og mottall. Null er et særskilt tall som vi både bruker som et heltall og et deltall. Heltall kan bestå av ett eller flere enkelttall. Eksempler på heltall ved opphavstall, tilleggingstall, stikktall, utfall og tveuftall i samme følge:

II, M, 120, 1M2N, 1NN3ÅI

3.5 Deltall
Deltall er et tall med mengde mellom heltallene -1 og 1. Deltall er den del av et tall, som ikke kan skrives som et heltall. Null er et særskilt tall som vi både bruker som et heltall og et deltall. Vi kan tilsvarende si at deltall er et tall for en del av en hel enhet, eller flere deler av en eller flere enheter satt sammen, og som ikke gir et heltall, fratrekt den delen som kan skrives som et heltall i en mengde. Eksempler på deltall ved tilleggjingstall, stikktall, uftall og tveuftall i samme følge:

V, 0.5, 2V1W, 2IV3IW

Vi legger merke til at stikktall skrives med stikk mellom heltall og deltall.

3.6 Grunntall
Grunntall er medtallige heltal fra og med 2. Vi bruker grunntall til artene i tallmengder, og derfor óg artstall, som får en stemt mengde når artene blir gitt et grunntall (et unntak er grunnarten som alltid har en stemt mengde på 1) – grunntallet opphøyes da med et heltall.

Det viktigste grunntallet er omi (A). Dette grunntallet er valgt utifra mengden fingrer vi har på hendene og føttene. Når vi bruker dette grunntallet kan vi derfor nytte hendene til å telle med på en langt enklere og bedre måte, enn dersom vi bruker andre grunntall. Dette vil vi få bedre forståelse for når vi har blitt kjent med særskilt stikktall og uftall i kapitlet for tallorden.

Når vi ser på de ulike tallordenene, kunne opphavstall og mengdetall vært foruten grunntall – men vi bruker som regel alltid grunntall sammen med de tallordenene óg, på grunn av at vi da blant annet alltid har et allerede valgt grunntall til artestet dersom vi bruker kest, da det er et artstall som krever et valgt grunntall for å få en mengde. Ellers trenger de andre talordenene; artstall, tilleggingstall, stikktall, uftall og tveuftall et valgt grunntall. Vi lærer mer om hvordan vi bruker grunntall til tallorden, i avsnittet om regelen for grunntall i neste delkapittel. Grunntallene vi bruker i denne tallæren er som følger:

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G

3.7 Partall
Alle heltall som kan deles på 2, og som fremdeles forblir et heltall. Oddetall er det motsatte av partall. Eksempler på partall skrevet som stikktall:

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24, 26, 28, 30

3.8 Tresstall
Alle heltall som kan deles på 3, og som fremdeles forblir et heltall. Eksempler på tresstall skrevet som stikktall:

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60

3.9 Oddetall
Alle heltall som ikke er partall, og gir derfor deltall når det deles på 2. Partall er det motsatte av oddetall. Eksempler på oddetall skrevet som stikktall:

1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29, 31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49

3.10 Medtall
Medtall er alle tall over null. Medtall kan skrives både med og uten tilleggingstegnet fremfor. Det motsatte av medtall og mottall. Eksempler på medtall skrevet som stikktall:

1, 20, 546, 3257.5 eller +1, +20, +546, +3257.5

3.11 Mottall
Mottall er alle tall under null. Mottall skrives med fratrekkingstegnet fremfor, for å skille det fra medtall. Fratrekkingstegnet fremfor mottall er ikke valgfritt slik som tilleggingstegn fremfor medtall. Mottall er det motsatte av medtall.

Mottall teller vi som regel som et medtall først – for så å motsette det til et mottall. Skal vi for eksempel trekke en mengde på 5 fra 12, så teller vi først 5 som medtall, og motsetter det etterpå til et mottall ved å skrive et fratrekkingstegn fremfor tallet. Dette er årsaken til at navnene medtall og mottall har forstavingene med- og mot-, der medtall kommer av at det skapes *med* teljing, og der mottall som regel skapes ved å *motsette* et medtall. Eksempler:

-1, -20, -546, -3257.5

3.12 Varige tall
Varige tall er tall med en varig mengde som ikke endrer seg – og til vanlig har varige tall egne tallord og talltegn i tillegg til den varige mengden i seg selv. Nokre årsaker til at vi har varige

tall er; 1. til de ulike tallordenene trenger vi mange varige tall med varige mengder (talltegnene vi så på i avsnittet om tallorden og talltegn er derfor varige tall), 2. noen mengder bruker vi så ofte at det kan svare seg (vinnes på) å skrive de, og omtale de med egne tallord (eller andre navn) og talltegn slik at de blir kortere dersom de har mange enkelttall foruten.

Varige tall er det motsatte av virkerer som tall, siden varige tall aldri endrer seg. For mer om virkerer som tall se det nært påfølgende avsnittet om nettopp virkige tall.

Varige tall kan både skrives som medtall og som mottall – valgfritt med tilleggingstegn fremfor som medtall, og alltid med fratrekkingstegn fremfor som mottall.

Et særtilfelle for varige tall er talltegnene for arter, de ulike artstall. Disse er både varige og virkige tall, der når de er gitt et grunntall er de varige, og ikke gitt et grunntall virkige. Dette skal vi lære mer om i delkapitlet om artstall. Eksempel på varige tall:

0, 1, 2, 3, ∞

0
Det varige tallet 0, har ingen mengde. Vi leser tallet 0, slik; 'null'. Tallet brukes både som heltall og deltall – siden vi i stikktall kan skrive 0 både til venstre og til høyre for stikket. Mer som kan sies om tallet 0 er at det ikke er partall, tresstall, oddetall, medtall, mottall. Opphavstall, tilleggingstall, stikktall, utfall og tveuftall bruker tallet 0, slik at de blant annet kan brukes i diem til virkerer.

∞
Det varige tallet ∞, leses slik; 'uendelig'. ∞ har som mengde en uendelig stor mengde, og som sted et sted uendelig langt borte fra et utgangspunkt. Vi kan kun skrive uendelig som et varig tall med tegnet ∞, eller tallordet 'uendelig' – ikke ved hjelp av en av de ulike talordenene.

3.13 Virkige tall
Virkige tall er virkerer med ulike tilfeller som ulike tall – ulike varige tall. Alt etter hva lufe eller nufe en virker er, og hva forutsetninger en virker har, som vi lærer mer om i erenglæren og diemlæren, blir de ulike mulige tall gitt. For virkige tall bruker vi som vanlig for virkerer nettopp de ulike tegn for virkerer, med en forutsetning om at virkeren er et tall.

Et særtilfelle for virkige tall er talltegnene for arter, de ulike artstall. Disse er både varige og virkige tall, der når de er gitt et grunntall er de varige, og ikke gitt et grunntall virkige. Eksempel på virkig tall:

a, der a er et tall

3.14 Mer om lesing av tall
Allmennt om lesing av tall, kan vi i hovedsak si dette:
Når tallet har ett talltegn, og det talltegnet er 1:
Ut fra om enheten er hankjønn og hunkjønn eller intetkjønn leses talltegnet 1 henholdsvis som 'en' eller 'et' i ubunden form entall, og valgfritt som 'ene' eller som ingenting i bunden form entall (som ingenting betyr at tallet 1 forsvinner og ikke blir lest). Særtilfelle 1: Dersom talltegnet 1 alene blir satt iforhold til flertall, med formål om å skille entall fra flertall, leses det i ubunden form entall som 'én' eller 'ett' for henholdsvis hankjønn og hunkjønn eller intetkjønn. Dette særtilfellet gjelder kun for tallet a i kestet. Særtilfelle 2: Når kest har to tall, leses det første tallet a, ut fra kjønnet på enheten f, og det andre tallet b leses ut fra kjønnet på målenheten d.
Når tallet har ett talltegn, og talltegnet er et annet talltegn enn 1, og når et tall har flere talltegn:

Tallet leses som tallordene tilsier, og der vi alltid bruker tallordet ‘en’ for talltegnet 1.

Skal vi skrive tall med flere enkelttal som tallord, kan vi valgfritt bruke mellomrom imellom enkelttallene som tallord eller ikke. Eksempel:

111 med lesingen ‘enenen’ eller ‘en en en’

Vi finner en oversikt over hvordan de ulike talltegn leses som tallord i kapitlet om tall under avsnittet ‘talltegn og tallord’. Og vi kommer tilbake til hvordan de ulike tall leses i kapitlene for de ulike tallordener hver for seg, men det klargjøres at alle tallordener følger de to reglene her nevnt.

Tall kan for eksempel brukes til å:
- telle en mengde,
- finne et sted i en mengde,
- å fortelle noen hvor stor en mengde er,
- fortelle noen hvor et sted i en mengde er,
- minne oss om hvor stor en mengde er,
- utføre ulike handlinger med (regne med),
- finne ut hva størrelse det er på en bestemt form.

4 Tallorden

Det er flere ulike måter å telle på, flere ulike måter å skrive tall på, og flere ulike måter å ordne tall og mengder på. Den viktigste måten å ordne mengder på, har vi i forrige kapittel blitt kjent med, nemlig tallmengde. Måten vi ordner tall på bygger på tallmengde, og derfor kan vi bruke tallmengde vist som mengder til å forklare hvordan vi skaper de ulike tallordenene.

På grunnlag av hva vi skal telle, kanskje hvor mange poteter som skal kokes til en middag, og hva et slikt tall skal brukes til – kanskje det skal fortelles til andre, kanskje føres inn i et regneskap, har vi ulike tallordener som det viser nyttig å skille mellom. De tallordenene vi skal utvikle, og lære om i denne boken, er; opphavstall, mengdetall, artstall, tilleggingstall, stikktall, uftall og tveuftall. Vedlegget på side 66, har en liste over alle tallordenene. Listen viser blant annet oversetting fra mengdetall og artstall til opphavstall, tilleggingstall, stikktall, uftall og tveuftall.

Et godt eksempel som gir oss et viktig grunnlag for å forstå hva nytte vi har av tall, er å stille oss overfor et slikt oppdrag:
Vi får i oppgave å telle en mengde, og levere tallet vi får tilbake til oppdragsgiveren.

Nå, oppstår med det samme spørsmål om: Hva vi skal telle. Om mengden er stor eller liten. Om vi trenger noe verktøy til oppdraget. Hva tallordener vi skal telle med. Det kan stå klart for oss, at skal vi telle en liten mengde, kan vi klare oss foruten verktøy, og med hva som helst tallorden – men, er mengden stor, og kanskje om mengden er spredt på ulike steder, og det kan ta lang tid før at mengden blir ferdig telt, så kan der komme trang til både verktøy, og valg av en høvelig tallorden.

4.1 Allmengdelig og uallmengdelig tallorden

Tallorden kan vi først og fremst skille i allmengdelig og uallmengdelig tallorden. Allmengdelige tallordener kan brukes til alle mengder og tallmengder. Uallmengdelige tallordener kan ikke brukes til alle mengder og tallmengder, men kun noen mengder og tallmengder. Dette skillet for oss mulighet til å samle ulike tallordener på en fornuftig måte i to ulike arter: Opphavstall, mengdetall og artstall som uallmengdelige tallordener, og tilleggingstall, stikktall, uftall og tveuftall som allmengdelige talordener.

Det skal være klart for oss, at siden de allmengdelige tallordener kan brukes til alle mengder, er det de vi vanligvis bruker – de uallmengdelige tallordener kan sees på mer som grunnleggende tallordener som de allmengdelige tallordener bygger på. Vi kan forklare videre på en noe forenklet og skjønn måte at opphavstall står som grunnlag for mengdetall, mengdetall som grunnlag for grunntall, grunntall og mengdetall som grunnlag for artstall, mengdetall, grunntall og artstall som grunnlag for både tilleggingstall, stikktall, uftall og tveuftall.

4.2 Regel om grunntall

Som vi skal se nærmere på i neste avsnitt, trenger vi regler for hvordan vi skriver tall for å unngå misforståing. Den læren vi skal gå igjennom i hele kapitlet om tallorden er omstendelig, og vanskelig, og som vi skal se i neste avsnitt om diem og tallorden, er der mange forhold å tenke på for å unngå misforståinger omkring tall sine mengder. Derfor kan vi allerede nå, fortelle om en svært viktig forenkling som gir oss mulighet til å kunne bruke alle de ulike tallordenene, foruten å misforstå hva mengdene tallene står for er. Forenklingen er at vi bruker et valgt grunntall – og vi har valgt å bruke grunntallet omi, dersom ikke noe annet er sagt. Da kan vi ved å vite om denne forenkling, bruke alle de ulike tall i de ulike tallordenene vi skal lære om i de påfølgende kapittel, foruten å misforstå de. Når vi har valgt et grunntall, kan vi bruke opphavstal, mengdetall, artstall, foruten å misforstå de. Når vi har valgt et grunntall, kan vi bruke opphavstall, mengdetall, artstall, tilleggingstall, stikktall, uftall og tveuftall foruten at vi misforstår hva mengde de har.

Regel for grunntall
Ved å velge et grunntall, kan vi bruke alle de ulike tallordenene, foruten å misforstå hva mengde de som tall står for. Foruten at noe annet er sagt, er omi valgt som grunntall.

Tall trenger vi til svært mye ulikt, og derfor trenger vi en slik enkel regel som er lett tilgjengelig. Tall kan brukes i tekst, penger, regneskap, dato og klokke, ruter til buss, tog og fly med mer – da er det klart at det er helt nødvendig å unngå misforståinger. Det kan nevnes at så lenge vi bruker regelen for grunntall, kan vi unngå i det hele tatt å bruke tost som er nevnt i avsnittet om tost.

Det er viktig å nevne at unødvendig er det likevel ikke å lære hva tost er for noe. Ulike grunntall vil for enkelte bruksområder kunne høve seg bedre – være mer nyttige, og kunne gi for eksempel kortere og enklere skrivemåte. Men i vårt hverdagsliv vil vi sjelden finne grunn for å bruke andre grunntall, og derfor er regelen for grunntall så viktig, at vi vil heller tilpasse vårt bruk av tall slik at vi kan holde oss til den, fremfor å skulle gjøre oss avhengige av tost.

De hovudsakelige forenklingene vi gjør for de ulike tallordenene, dersom vi skal bruke regelen for grunntall til å frigjøre oss fra å bruke tost; 1. at tilleggingstall kan brukes som både vekslebar og uvekslebar tallmengde, og i følgeordenene tilfeldig og minkende og lik, foruten at vi utrykker dette, 2. stikktall og uftall brukes kun som vekslebar tallmengde.

For ulike bruksområder, kan det komme nytte for å for eksempel unngå noen av disse forenklinger – men da kan vi legge ved tallene vi bruker for eksempel at vi har tilleggingstall i minkende og lik følgeorden, eller bruker vekslebar tallmengde. I tillegg kan det nevnes slikt som at om meningen var å skrive et stikktall, og vi kun bruker ett enkelttal, kan dette misforståes å være et mengdetall, og omvendt. Det samme gjelder for ett enkelttall dersom vi bruker tilleggingstall – dette kan misforståes å være et opphavstall eller et artstall, og det omvendt for hver av de to. Men dette ser vi ikke på som noe problem – da dette ikke vil ha noe å si, annet enn at et slikt enkelttall kan være begge deler i et tvilstilfelle, samt at vi kan valgfritt legge ved hva tallorden det har, om det skulle være nyttig å være helt nøyaktig til et særskilt bruksområde – mengden tallene står for er like uansett. Et særtillegg som kan nevnes er at det eneste er tallordenene opphavstall, mengdetall og stikktall, samt varige tall, som foruten grunntall kan brukes uten å misforståes – på grunn av at artstall (foruten I), uftall og tveuftall ikke har en mengde foruten gitt grunntall. Men de kan for eksempel ikke være foruten grunntall i diem når de skal brukes sammen med artest i kest – og ellers er dette mindre viktig da vi vanligvis bruker regelen for grunntall. Vi ser at det å bruke regelen for grunntall er noe vi vanligvis gjør – og om vi ikke skulle bruke den, er det ved ulike særtilfeller.

Til slutt minner vi om til særskilt nysgjerrige at talltegnene for mengden lik 1, mengdetallet 1 og artstallet I, er ulik for å blant annet kunne bruke denne forenklingen. For hadde mengdetallet for mengden lik 1 hatt samme talltegn som artstallet for mengden lik 1, ville vi sett at opphavstall kunne vært misforstått å være tilleggingstall og stikktall samt ved kun ett enkelttegn, óg mengdetall og artstall, og omvendt hver for seg.

4.3 Tost
Tost er et verktøy for å merke tall med en tallorden. Tost er fire virkerer som står etter hverandre foruten mellomrom seg imellom. Den første virkeren er for tallorden, den andre for grunntall, den tredje for tallmengde og den fjerde for følgjeorden.

Regel for tost
abcd, der a er tallorden, b er grunntall, c er tallmengde og d er følgjeorden.

I det følgende skal vi se på en oppstilling over de ulike tegn vi bruker til tost for tallordener, grunntall, tallmengder og følgeordener. Vi bruker store bokstaver for tallordener, tallmengder og følgeordener, og mengdetall fra og med 2 for grunntallene:

Tallorden: O, M, A, T, S, U, V.
O står for opphavstall.
M står for mengdetall.
A står for artstall.
T står for tilleggingstall.
S står for stikktall.
U står for uftall.
V står for tveutftall.

Grunntall: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G.

Tallmengde: V, U.
V står for vekslebar tallmengde.
U står for uvekslebar tallmengde.

Følgeorden: T, ML.
T står for tilfeldig følgeorden.
ML står for minkande og lik følgeorden.

Som vi ser av de ulike tegn for talordener, grunntal, tallmengder og følgeordener vi bruker i tost, ser vi at alle bokstaver vi bruker er store. Dette gir blant annet et skille mellom bokstaver brukt til tost og til virkerer, slik at vi ikke tar feil om hva de er. Vi merker oss óg at vi foruten ved følgeorden minkende og lik som har to enkelttegn, ellers alltid bruker ett enkelttegn til hver virker. Ofte omtaler vi forenklet de fire ulike virkerene på samme tid i tost som en tallorden sammen. Det har å gjøre med at det er hovudsakelig tallordenen som er viktig, da grunntallet, tallmengden og følgeordenen blir gitt den tallordenen vi har valgt – og har noe med hvordan tallene blir ordnet på alle sammen. Men, det er selvsagt viktig å kunne skille de fire fra hverandre, og da bruker vi nettopp omgrepet tost for alle de fire virkerene. Vi legger til at den fjerde virkeren for følgeorden brukar vi kun til tilleggingstall. Se følgelæren for lære om hva følger er. Eksempel på tost:

TAUT

Vi ser av dømet en tost med tallordenen tilleggingstall, grunntall omi (A), tallmengde uvekslebar og følgeorden tilfeldig.

Det kan nevnes at tost er et valgfritt verktøy, slik at andre måter å forklare hva tallorden vi bruker til tall kan brukes – men tost gir et verktøy som ikke kan misforstås ved bruk av de tallordener vi lærer om i denne mengdelæren. Derfor er tost et viktig verktøy å lære seg dersom en har nytte for ulike tallordener, grunntall, tallmengder eller følgeordener. Andre måter å forklare hva tallorden vi bruker kan være for eksempel å skrive innledningsvis til en tekst, eller en utregning, hva tallorden, grunntall, tallmengde og/eller følgeorden som blir brukt, foruten slike forkortinger vi bruker i tost – i en vanlig setning.

Lesing av tost
Vi leser tost slik at vi bruker listen over som lesing, for de ulike tallordener, grunntall, tallmengder og følgeordener, ved å bytte ut det som enkelttegnene står for i virkerene a, b, c og d som vist i det følgende: 'Tallordenen a med grunntallet b, c tallmengde og d følgeorden'. Dersom følgeorden ikke er med i tosten settes 'og' imellom b og c i stedet for strektegnet. Eksempel:

UAU

Tosten over leses; 'Tallordenen uftall med grunntallet omi og uvekslebar tallmengde'.

4.4 Regel for tost til tall
a¦b, der a er en tost, og b er ett eller flere tall enten som tall alene, i kest, i deldiem eller i diem. Vi kan valgfritt bruke mellomrom mellom tallordenstegnet og b.

Vi ser at vi setter tosten til venstre for tallordenstegnet, og tallet til høyre for tallordenstegnet uten mellomrom seg imellom (mellomrommet mellom tallordenstegnet og b er valgfritt). For de som ikke vet hva tallordenstegnet er, se neste avsnitt. Eksempel på bruk av en tost:

Tost til tall:
TAVT¦Å

Tost til kest:
TAVT¦Å korte ligninger

Tost til deldiem:
TAVT¦(Å korte ligninger + IIII korte ligninger)

Tost til diem:
TAVT¦(Å korte ligninger + IIII korte ligninger = ÅIIII korte ligninger)

4.5 Tallordenstegnet
Tallordenstegnet ¦ bruker vi imellom tost og ett eller flere tall etter regelen for tost til tall. Dette er det eneste bruksområdet for tallordenstegnet. Det leses når b i regelen for tost til tall og diem er tall ut fra entall og flertall i bunden form, slik; 'med tallet', 'med tallene'.

Det kan ellers gjøres klart at vi kan bruke tost foruten tallordenstegn, for eksempel i vanlig tekst i en innledning. I kest og diem, bruker vi alltid tallordenstegn når vi bruker tost. I det følgende skal vi se mer på hvordan vi bruker tost til kest, deldiem og diem.

4.6 Kest og tost
I kest kan vi ha tost til begge de to tallene hver for seg. Skal vi bruke samme tost til begge de to tallene i kest kan vi valgfritt bruke parentes – da kan vi sette tosten utenfor parentesen slik at den gjelder begge samtidig. Når det gjelder kest med artest, skal fremdeles artesten ha tallordenen artstall – det er viktig å merke seg, men artesten får fremdeles det samme grunntall som tosten har, dersom vi har satt en tost utenfor kestet i parentes. Står en tost innbyrdes i kestet får artstallet grunntall ut fra regelen for grunntall. Se ellers kestlæren for mer om hva kest er.

4.7 Diem og tost

I tillegg til at tost kan brukes innbyrdes i kestene i diem, kan tost nyttes på andre måter i diem óg. Tost kan brukes til deldiem; da bruker vi alltid parentes ikring deldiemet, og alle tall innbyrdes i deldiemet får samme tallorden. Innbyrdes i et deldiem med tost, kan vi ha tost til både kest og deldiem – da overstyrer de tost innbyrdes i parenteser. Om tosten skal gjelde et helt diem, bruker vi parentes ikring hele diemet slik som for deldiem.

Til slutt i dette delkapitlet om tallorden ser vi på et eksempel, før vi går igang med de ulike tallordenene:

TAVML¦III + SAV¦(11 + 1 + UAU¦1Å) = x

Først og fremst kan det sies at i eksempelet over ser vi et diem som er sjeldent vanskelig – sjelden finner vi grunn til å sette fremfor oss diem med så mange tost. Før vi går videre kan vi vise hvordan vi kan skrive diemet dersom vi holder oss til regelen for grunntall, som viser hvor enkelt dette kan skrives – og som selvsagt gir den samme mengden som utfall:

3 + 11 + 1 + 10 = x som gir
x = 25

Vi ser at vi egentlig har fremfor oss et ganske enkelt regnestykke med kun tillegging imellom kestene - der vi har oversatt til tallordenen stikktall for alle tallene. Når det gjelder eksempelet ser vi at tosten UAU innbyrdes i tosten SAV – overstyrer slik som reglene for tost i diem er. De to tallene 11 og 1 i deldiemet med tosten SAV blir stikktall slik som tosten tilsier. Ellers kan det nevnes at når det gjelder å regne ut utfallet x, trenger vi å oversette alle kest til en og samme tallorden.

Vi har no fått sett et lite eksempel på det store emnet å oversette imellom tallordener, dette skal vi ikke lære mer om i denne utgaven av mengdelæren. Vi går i stedet for igang med de ulike tallordenene som vi skal lære om i de påfølgende delkapitlene.

5 Opphavstall

Opphavstall er en tallorden som kan beskrive en likeartet mengde, der vi bytter ut hver enhet i mengden med tallet I. Null brukes når vi ikke har noen mengde, når mengden er ingenting – det gjelder alle de andre tallordenene óg. Opphavstall er den enkleste tallorden. Tegnet vi bruker til opphavstall har en mengde lik 1 – det gjelder alltid. Talltegnet I er et artstall, og som talltegn for grunnarten, har alltid talltegnet I en mengde lik 1. Talltegnet I, er et særskilt artstall som både kan sies å ha en mengde lik grunnarten i en tallmengde, samt å ha en mengde lik det opphøyde grunntallet i tallmengden med en opphøying lik 0. Begge gir alltid en mengde lik 1. Opphavstallet, i tillegg til talltegnet I, er ikke avhengig av grunntall – det er et viktig tillegg, men som vi alt har sett i denne tallæren, bruker vi vanligvis regelen for grunntall uansett, dette med grunntall kan vi derfor vanligvis se bort ifra uansett.

Opphavstall er en så viktig tallorden, at det kan gis en advarsel om at denne tallordenen må enhver lære som ønsker å lære seg å regne. Dette gjelder óg egentlig tall – de som ønsker å lære seg tall, bør lære seg opphavstall først. Det er derfor ikke tilfeldig at vi begynner med opphavstall av alle tallordenene. Opphavstall gir det beste grunnlag for å forstå hvordan de ulike handlinger vi brukar i diem skal kunne regnes med, da opphavstall alltid egentlig er det vi regner om, når vi regner. Andre fremgangsmåter å regne på, andre enn om opphavstall, kan sies å være som å ta en svarveg i høve til regning om opphavstall. Ellers kan vi se til regnelæren for mer om regning. Vi ser på et døme, der en mengde er skrevet med opphavstall:

IIIIII

Eksempelet viser en mengde på seks, der vi ser av opphavstallet at det blir skrevet slik at for hver enhet i mengden, skriver vi stadig talltegnet I til høyre for foregående tegn. Særlig dersom opphavstallet er for stort til å for eksempel kunne skrives på én og samme linje, må vi skrive opphavstallet på flere linjer. I et slikt tilfelle, er opphavstallet fremdeles av samme art, grunnarten. Eksempel:

IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII

5.1 Opphavstall og tost

Opphavstall bruker den store bokstaven O som tegn for tallordenen i tost. Dersom vi omgjør et opphavstall til et deldiem, og har tost til tallet, legger vi deldiemet innbyrdes i en parentes slik at tosten gjelder alle kest (artstall) i det nye deldiemet. Omvendt kan vi slå sammen flere artstall til et opphavstall, der tosten utbyrdes blir gjeldene for opphavstallet.

5.2 Opphavstall og diem

Vi bruker vanligvis opphavstall som en tallrekke i diem, som vi omtaler kun som tall. I tillegg kan opphavstall skrives med tilleggingstegn imellom enkelttallene, og dette er lærerikt å se nærmere på. Opphavstall kan allmennt skrives i diem slik som følgende regel for opphavstall viser:

5.3 Regel for opphavstall

a = +[j=0,k] a(j) = a(0)a(1) ... a(k) = a(0) + a(1) + ... + a(k), der a er et opphavstall, a(j) er enkelttallige artstall lik I. Særtilfelle: Ved null er a lik 0.

Og et eksempel på oversetjing av opphavstall til stikktall:

III = I + I + I = 1 + 1 + 1 = 3

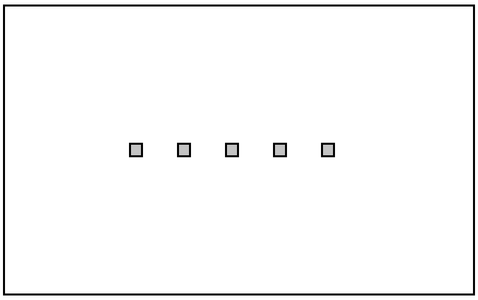
Opphavstall kan også skrives som mottall – og skrives da slik som er vanlig for mottal med tegnet for fratrekking fremfor seg. Et eksempel:

III – II = I + I + I – (I + I) = 1 + 1 + 1 – (1 + 1) = 3 – 2 = 1

Opphavstall er blant annet svært nyttig, for å beskrive tall i andre mer vanskelige tallordener på en enklere måte – og er til hjelp for å finne tilbake til den opphavlige mengden til et tall uavhengig av hva tallordenen er. Opphavstall er óg ikke bare nyttig, men helt grunnleggende for å forstå og beskrive ulike handlinger i regnelæren, blant annet til å forklare hvordan ganging og deling virker. Dette kan vi lese mer om i regnelæren.

5.4 Opphavstall og tallmengde

I høve til tallmengde er opphavstall en likeartet tallmengde, der vi alltid bruker grunnarten som art. Opphavstallene kan være både vekslebare tallmengder og uvekslebare tallmengder. Et eksempel der vi ser et opphavstall med mengden fem:



Bilde 7 – opphavstall som tallmengde

Vi ser at opphavstallet er likeartet, består av grunnarten og har en delmengde på fem – og bruker vi regelen for grunntall er opphavstallet vekslebart.

5.5 Vekslebar og uvekslebar

Når det gjelder vekslebare og uvekslebare opphavstall, får opphavstall et særtilfelle i høve til de vanlige regler som gjelder tallmengde. Når det er gitt grunntall til et opphavstall, kan det skilles i vekslebart opphavstall og uvekslebart opphavstall i høve til tallmengden, der opphavstallet fremdeles har kun én art, grunnarten, og der delmengden er mindre enn grunntallet som vekslebart, og større eller lik grunntallet som uvekslebart. Særtilfellet er at da opphavstall kun har én art, kjenner vi derfor nok om den mengden opphavstallet hadde før en veksling skjer, slik at vi alltid kan veksle tilbake – opphavstallet er derfor alltid vekslebart – men når vi ser til tallmengde, skiller vi likevel opphavstallet i vekslebart og uvekslebart.

5.6 Opphavstall og følge

Opphavstall har lik følgeorden – dette betyr at vi stadig har like følger. Når mengden er større enn 1, har vi påfølgende enkelttal lik I etter det første enkelttallet.

5.7 Allmengdelig og uallmengdelig

Opphavstall er en uallmengdelig tallorden. Dette er på grunn av at opphavstall kun har heltallige mengder – deltallige mengder trenger minst to kest med en deling seg imellom, eller for eksempel en artest eller artstall som enhet i kestet som gir deltall. Eksempel:

I : III

I eksempelet ser vi et deltall som to opphavstall i hvert sitt kest med handlingen deling seg imellom.

Når det gjelder skilnaden mellom allmengdelig og uallmengdelig, skal vi se på et særtilfelle som gjelder opphavstall når det står sammen med artest, eller artstall som enhet, i kest. Se avsnittet om særopphavstall.

5.8 Telling med opphavstall

Når vi har fremfor oss en mengde og skal telle den, egner opphavstall seg ved bruk av verktøy. Telling ved opphavstall egner seg ikke ved hukommelsen alene, fordi er mengden stor glemmer vi raskt de foregående enkelttall som vi har telt. Med et verktøy som papir, skriver vi tallet I for hver telling, og det er blant annet en tellemåte som egner seg godt for opphavstall. Den kan utøves med ulike verktøy som papir, datamaskin og lignende. Valgfritt kan vi skrive tilleggingstegn imellom enkelttallene – men dette er selvsagt noe vi vanligvis vil unngå for å spare flate. Et eksempel:

IIIIIIIIIIIII eller I+I+I+I+I+I+I+I+I+I+I+I+I

5.9 Lesing av opphavstall

Når vi bruker tallet I, som tegn – leser vi for eksempel opphavstallet III..., slik; ‘oin oin oin ...’ og så videre alt etter hvor stort opphavstallet er. Dette viser til en av svakhetene ved opphavstall, for når mengdene er store, egner de seg dårlig til å kunne fortelle de til andre. Et opphavstall skrevet på papir derimot gir et godt inntrykk av hvor stor mengden til opphavstallet er, og er en av styrkene til opphavstall, ved at der er like mange tegn i opphavstallet som av enheter i den opphavlig telte mengden. Tilleggingstall, stikktall, uftall, tveuftall kan for mange være vanskelige å forstå, når det gjelder hva den opphavlige mengden til et tall er. For mer om lesing av opphavstall, se de regler som gjelder lesing av alle tallordener, som vi finner under avsnittet; ‘Mer om lesing av tall’, i kapitlet om tall på side 13. Et eksempel på opphavstall med lesing:

III

Lesing: ‘oinoinoin’.

5.10 Særopphavstall

Særopphavstall er et omgrep for opphavstall som står sammen med artstall enten som artest eller om en enhet i kest. Årsaken til at vi har et eget omgrep for dette, er blant annet fordi særopphavstall er et viktig verktøy i regnelæren. Særopphavstall er allmengdelig på grunn av at grunnarten til opphavstallet i kestet sammen med artstallet endres til en minsteart av artstallet – og siden alle arter i en tallmengde kan løses opp i minstearten, vet vi at alle mengder kan brukes til særopphavstall. Opphavstall er uallmengdelige, og særopphavstall er allmengdelige. Særopphavstall brukes alltid som vekslebar, uavhengig av hva grunntall som er valgt, og hva opphavstallet for seg selv er.

Dersom vi møter omgrepet særopphavstall kan vi derfor vite at vi har å gjøre med et opphavstall sammen med et artstall enten som artest eller som enhet i kest.

5.11 Oppsummering av reglene for opphavstall

1. Opphavstall bruker kun ett tegn, talltegnet I – som har en mengde på 1, lik grunnarten i en tallmengde.
2. Er mengden ingenting, kan vi bruke tegnet for null.
3. For hver enhet i en mengde, skriver vi tallet I til høyre for foregående tegn, på en og samme linje.
4. Er et opphavstall for stort til å kunne skrives på en linje, fører vi opphavstallet på det antall linjer nødvendig. (Dette forekommer oftere ved opphavstall enn andre tallordener.)
5. Opphavstall er en uallmengdelig tallorden, som kun har heltallige mengder.
6. Deltall må med opphavstall skrives som en deling med to opphavstall.
7. Opphavstall er likeartede.
8. Opphavstall kan både være vekslebare og uvekslebare.
9. Særopphavstall er opphavstall sammen med artstall som enten artest eller som enhet i kest. Særopphavstall er allmengdelige, og alltid vekslebare.

6 Mengdetall

Mengdetall er en tallorden med heltallige varige mengder fra 0 og oppover medtallig, med mengden 1 seg imellom innbyrdes. Mengdetall har en motsetning iforhold til artstallene siden mengdetall alltid har en varig mengde. I høve til opphavstall kan vi si at alle mengdetall er lik vekslebare opphavstall med grunntall fra og med 2 – som gir medtallige mengdetall fra og med 1. Mengdetallene er alltid et enkelttall. Mengdetallene vi bruker i denne mengdelæren er:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F, G

Vi ser her kun mengdetall fra og med 0 til og med G – se avsnittet om mengdetall og videreutvikling for mer om flere talltegn enn de. Et eksempel på et mengdetall:

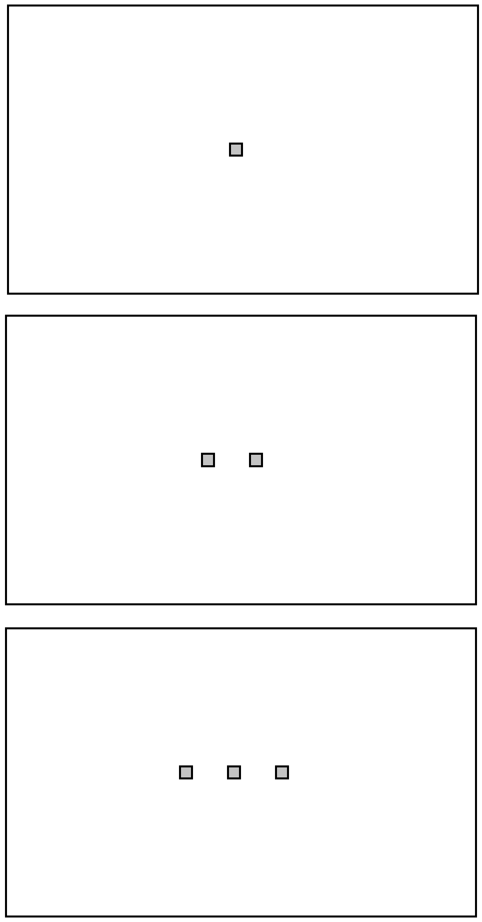
1

6.1 Mengdetall og tost
Mengdetall bruker den store bokstaven M som tegn for tallordenen i tost.

6.2 Mengdetall og diem
Mengdetallene er alltid ett enkelttall, og har derfor ikke regnetegn slik som vi har sett opphavstall kan ha.

6.3 Regel for mengdetall
a, der a er et mengdetall. Mengdetall er heltal fra 0 og oppover medtallig, med mengden 1 seg imellom innbyrdes.

6.4 Mengdetall og tallmengde
Mengdetall er tall for heltallige mengder fra 0 og økende medtallig, med mengden 1 seg imellom innbyrdes. Hvert mengdetall er derfor en delmengde med grunnarten i en likeartet tallmengde, og hvert mengdetall står for seg selv i tallordenen som en egen tallmengde – siden mengdetall kun har ett enkelttegn. Et bilde som viser de tre første mengdetallene større enn 0; 1, 2 og 3, som tre ulike tallmengder:



Bilde 8 – tre ulike mengdetall som tallmengde

6.5 Vekslebar og uvekslebar

Når det gjelder vekslebare og uvekslebare mengdetall, gjelder det samme som for opphavstall; mengdetall får et særtilfelle i høve til de vanlige regler som gjelder tallmengde. Når gitt grunntall til et mengdetall, kan det skilles i vekslebart og uvekslebart i høve til tallmengden, der mengdetallet fremdeles har kun én art, grunnarten, og der delmengden er mindre enn grunntallet som vekslebart, og større eller lik grunntallet som uvekslebart. Særtilfellet er at da mengdetall kun har én art, kjenner vi derfor nok om den mengden mengdetallet hadde før en veksling skjer, slik at vi alltid kan veksle entydig tilbake – mengdetallet er derfor alltid vekslebart – men når vi ser til tallmengde, skiller vi likevel mengdetallet i vekslebart og uvekslebart.

Vi legger til at mengdetall kunne fått samme bruksområde som særopphavstall, men som vi ser av denne mengdelæren, bruker vi her kun talltegn fra 0 til G, som gir en størst mulig mengde på 16. Opphavstallene kan gi alle ulike heltallige mengder fra og med 0 til tilnærmet uendelig, med kun ett enkelttegn I (!). Dette er årsaken til at vi ikke bruker mengdetallene på samme måte som særopphavstall brukes. Se ellers avsnittet om særopphavstall for mer om særopphavstal.

Et eksempel for vekslebare og uvekslebare tallmengder kan være at vi velger grunntallet omi (A), og da blir mengdetallet vekslebart for alle mengdetall fra og med null til ni, og uvekslebart fra og med omi (A) og oppover.

6.6 Mengdetall og følge

Mengdetall har ikke følger, da mengdetallene kun har ett enkelttall.

6.7 Allmengdelig og uallmengdelig

Mengdetall er som opphavstall en uallmengdelig tallorden. Dette er på grunn av at mengdetall kun har heltallige mengder – for å få deltallige mengder trenger vi to kest med en deling seg imellom, eller en artest, eller artstall som enhet, mindre enn I i kestet. Et eksempel:

1 : 3

I eksempelet ser vi et deltall skrevet som to mengdetall i hvert sitt kest med handlingen deling seg imellom.

Det kan nevnes for å få det klart; slik som opphavstall, blir mengdetall en allmengdelig tallorden dersom vi har artest, eller artstall som enhet, sammen med mengdetallet i et kest.

6.8 Telling med mengdetall

Telling med mengdetall virker godt foruten verktøy – men en svakhet er at når mengden er stor krever mengdetall at vi må kunne svært mange ulike talltegn. Mengdetall kan derfor høve seg godt som en innlæring av de første talltegnene, der vi heller går over til stikktall når vi først har lært de. Telling av de talltegn vi får inntil et gitt grunntall, er lik for de to nevnte tallordenene.

Når det gjelder hukommelsen, trenger vi kun huske det siste mengdetallet for hver telling for å vite hvor stor en mengde er, og derfor ser vi at mengdetall egner seg for telling foruten verktøy. Et eksempel på hvordan en telling med mengdetall blir på papir, som gir oss et bilde på at når vi teller ved hukommelsen, kan vi stadig glemme de foregående tellinger:

~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ 9

Vi ser at de foregående tellinger stadig blir unødvendige, og at vi kun trenger mengdetallet til siste telling.

6.9 Lesing av mengdetall

Mengdetall leses som tallordene tilhørende hvert talltegn som vist i listen under:

Talltegn	Tallord
G	Seksten
F	Femten
E	Fjorten
D	Tretten
C	Tolv
B	Elleve
A	Omi
9	Ni
8	Åtte
7	Syv
6	Seks
5	Fem
4	Fire
3	Tre
2	To
1	En, et, ene (Én, ett)
0	Null

Tabell 1

For mer om lesing av mengdetall, se de regler som gjelder lesing av alle talordener, som vi finner under avsnittet; ‘Mer om lesing av tall’, i kapitlet om tall på side 13.

6.10 Mengdetall og videreutvikling

Dersom det oppstår trang for flere talltegn til mengdetallene, legger vi til neste påfølgende talltegn for heltallige medtall fra og med det siste vi har lagt til – som vi ser av listen i tabell 1 er neste påfølgende talltegn for en mengde lik 17.

6.11 Oppsummering av reglene for mengdetall

1. Mengdetall har alltid ett enkelttegn.
2. Mengdetall er uallmengdelige.
3. Mengdetall kan være både vekslebare og uvekslebare når vi ser til tallmengde.
4. Mengdetall er en delmengde med grunnarten i en likeartet tallmengde.
5. Mengdetall bruker den store bokstaven M som tegn for tallordenen i tost.
6. Mengdetall blir allmengdelige sammen med et artstall som artest, eller et artstall som enhet.

7 Artstall

Artstall er tall for de ulike arter i en tallmengde. De er bygt opp av et opphøyet grunntall, der opphøyingen er både medtallige og mottallige heltal fra 0. Artstall har en motsetning iforhold til mengdetallene siden artstall alltid trenger et stemt grunntall for å få en varig mengde, og der derfor være virkig selv. Artstall er alltid et enkelttall. Artstallene vi bruker i denne mengdelæren er:

0, X, W, V, I, Å, N, M.

Vi ser her kun artstall med medtallige opphøyinger fra og med 0 til 3, og mottallige opphøyinger fra 0 til og med -3. Dette er litt få, da M kun har en mengde på 1000, og X en mengde på 0.001 – slik at det blir et noe lite omfang av ulike mengder vi kan beskrive når vi kun har disse artstallene – men det er mer enn nok for å forstå hvordan de ulike tallordenene skal brukes. Se avsnittet om artstall og videreutvikling for mer om flere talltegn enn de talltegn vi her har sett på. Et eksempel på et artstall:

I

Vi ser på en liste for hvordan artstallene vi bruker i denne læreboken ser ut sammen med det opphøyde grunntallet som mengdetall, en oversettelse til stikktall og det opphøyde grunntallet utvidet til et deldiem:

M = a / 3 = 1000 = 1 · a · a · a
N = a / 2 = 100 = 1 · a · a
Å = a / 1 = 10 = 1 · a
I = a / 0 = 1 = 1
V = a / -1 = 0.1 = 1 : a
W = a / -2 = 0.01 = 1 : a : a
X = a / -3 = 0.001 = 1 : a : a : a

Virkeren a er her et valgt grunntall. Det er svært viktig å her forstå, at artstallene faktisk er de samme uavhengig av hva grunntall vi bruker – samt er opphøyingen til hver art, som vi ser av listen alltid den samme for hver enkelt art.

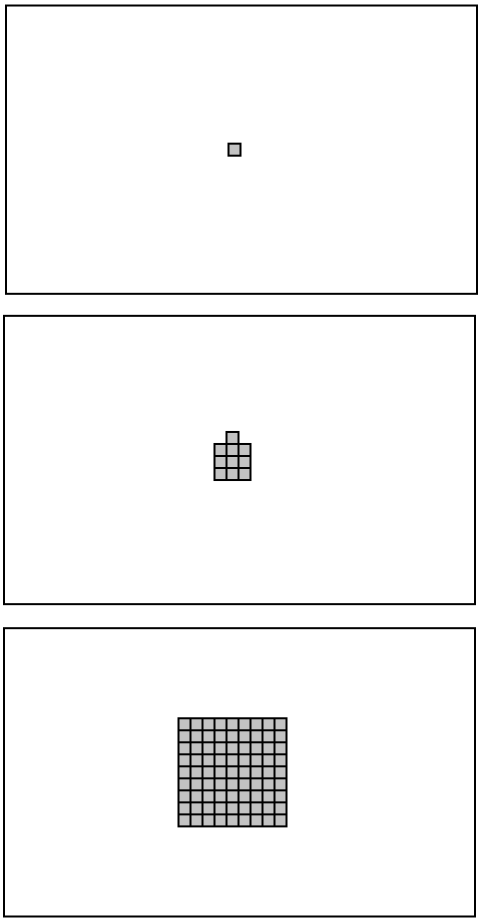
7.1 Artstall og tost
Artstall bruker den store bokstaven A som tegn for talordenene i tost.

7.2 Artstall og diem
Artstallene er alltid et enkelttall, og har derfor ikke regnetegn slik som vi har sett opphavstall kan ha.

7.3 Regel for artstall
a = b / c, der a er et artstall, b er et grunntall og c er et heltall. Der en av virkerene a, b eller c er utfallig.

7.4 Artstall og tallmengde
Artstall er tall for artene i en tallmengde. Da vi kun skal ha ett enkelttall i artstall får vi en likeartet tallmengde med arten til artstallet, og med en delmengde på 1. Et bilde som viser de tre artstallene for opphøyinger med heltallige medtall fra og med 0; 0, 1 og 2, som tre

ulike tallmengder:



Bilde 10 – tre ulike artstall som tallmengder

7.5 Vekslebar og uvekslebar
Artstall er den eneste tallordenen som ikke både kan være vekslebar og uvekslebar. Artstall kan kun være vekslebar, da delmengdene til artene, som er en minsteart, kun kan være lik 1. Og det er uavhengig av hva grunntall vi bruker, fordi ingen grunntall gir en mindre delmengde enn 1 – det minste grunntallet 2, gir en delmengde på nettopp 1.

7.6 Artstall og følge
Artstall har ikke følger, da artstallene kun har ett enkelttall.

7.7 Allmengdelig og uallmengdelig
Artstall er en uallmengdelig tallorden. Det er få mengder vi kan bruke sammen med artstall – for de talltegn vi bruker i denne mengdelæren, får vi henholdsvis; 0.001, 0.01, 0.1, 1, 10, 100 og 1000. Vi ser at minst alle de mengder imellom disse talltegn innbyrdes er mengder vi ikke får omtalt med artstall – og imellom alle andre talltegn vi kan videreutvikle artstallene med (se avsnittet om artstall og videreutvikling for mer om utvidelse av artstall), vil ha tilsvarende mengder seg imellom som vi ikke kan bruke.

7.8 Telling med artstall
Artstall egner seg svært sjelden til å skulle telle med – da må det i tilfelle være et svært særskilt bruksområde. For eksempel ett som kan nevnes er jo om vi skulle telle de ulike artene

i en tallmengde, da kunne det egnet seg å telle med artstall. Men dette er svært sjelden vi skulle få bruk for å gjøre. Telling er uansett tilsvarende som for mengdetall; egner seg ved hukommelsen da vi alltid kan glemme de foregående tellingene, foruten den siste. Artstall har arter som både øker i mengde, og som minker i mengde – uavhengig av hva art vi setter som først, vil en telling kunne være minkende eller økende. Vi ser at slik vi vanligvis teller en mengde, er ikke slik vi teller med artstall – og derfor er bruksområdene få. Vi ser avslutningsvis på et eksempel der vi teller ifra I, og økende, som vi tilsvarende så på for mengdetall:

I Å N M

7.9 Lesing av artstall

Mengdetall leses som tallordene tilhørende hvert talltegn som vist i tabell 4 under:

Talltegn	Tallord
M	Tusen
N	Hundre
Å	Ti
I	Oin
V	Tidel
W	Hundredel
X	Tusendel
0	Null

Tabell 4

Her er det viktig å klargjøre at når vi bruker artstall som tall, og ikke enhet, leser vi de utelukkende slik som tallordenene er vist i tabell 4. For eksempel uftallet 2V, leses 'to tidel' og ikke 'to tideler'. Vi legger til at et kest der artstallet er en enhet som for eksempel kestet 2 V, leses; 'to tideler' - der vi legger merke til at artstaller er bøyd i ubunden flertall. For mer om lesing av artstall, se de regler som gjelder lesing av alle tallordenene som vi finner under avsnittet; 'Mer om lesing av tall', i kapitlet om tall på side 13.

7.10 Artstall og videreutvikling

Dersom det oppstår trang for flere talltegn til artstallene, legger vi til neste talltegn enten ved økende eller minkende mengde, fra henholdsvis det talltegnet med størst eller minst mengde. Da henholdsvis øker og minker vi det heltallige medtallet eller mottallet som grunntallet skal opphøyes med, med en mengde på 1.

Minner her om at deltallige artstall, får samme navn som det heltallige artstallet 1 kan deles med for å få et deltallig artstall, tillagt etterstavelsen -del. Et eksempel: V er 1 delt på Å (ti), og derfor får V tallordet tidel, der vi legger merke til etterstavelsen –del. Og på grunn av dette kan vi si at dersom det oppstår trang for flere talltegn, er det fornuftig å legge til talltegn for både økende og minkende mengde på samme tid.

7.11 Oppsummering av reglene for artstall

1. Artstall er tall for de ulike arter i en tallmengde.
2. Artstall er alltid likeartet.
3. Artstall er uallmengdelig.
4. Artstall er vekslebare.
5. Artstall bruker den store bokstaven A som tegn for talordenen i tost.
6. Artstall har alltid ett enkelttall.

8 Tilleggingstall

Tilleggingstall er en tallorden for ett eller flere artstall i en tallrekke, der vi kan sette tilleggingstegn imellom hvert enkelttall. Tilleggingstall bygger videre på den orden artstall har, er en tallorden for en ulikeartet mengde, og har flere talltegn siden de kan beskrive flere ulike arter. Nøyaktig som opphavstall, kan som nevnt tilleggingstall få tilleggingstegn imellom hvert enkelttall i tallrekken, og det er dette navnet til tilleggingstall kommer av. Dette ser vi nærmere på i avsnittet om tilleggingstall og diem.

Det er nå viktig å si litt om hvordan talltegnene vi bruker til tilleggingstall er valgt, og hvorfor vi bruker nettopp de. Talltegnene kunne hatt andre mengder enn de talltegnene som vi bruker. Faktisk kunne vi egentlig ha brukt hva som helst talltegn, til og med alle slags varige tall, til tilleggingstall - men vi får betre nytte av tilleggingstall ved å velge artstallene. I neste kapittel skal vi lære mer om stikktall, det er en tallorden som har vært mer vanlig, og som flere derfor er kjent med – når vi bruker artstall til tilleggingstall bygger begge de to på tallmengde (det gjør uftall og tveuftall óg). Artstallene er derfor de best egnede talltegnene å bruke sammen med tilleggingstall, da tilleggingstall får den samme orden som en tallmengde.

På grunn av at vi velger slike talltegn til tilleggingstallene, er der en nær sammenheng mellom tilleggingstall, stikktall, uftall og tveuftall og de blir enklere å lære seg, enklere å utvikle, samt langt enklere å oversette seg imellom. Vi bruker ikke andre talltegn enn artstall til tilleggingstall. Det kan legges til, at dersom tilleggingstall kun bruker tallet I, i tillegg til null, er det egentlig likt som opphavstall – vi kan derfor óg si omvendt at opphavstall egentlig er et tilleggingstall, men kun med én art, grunnarten. Det kan være kjekt å vite om. Et eksempel på et tilleggingstall:

MNÅI

8.1 Tilleggingstall og tost

Tilleggingstall bruker den store bokstaven T som tegn for tallordenen i tost. Dersom vi omgjør et tilleggingstall til et deldiem, og vi har tost til tallet, legger vi deldiemet til i en parentes, slik at tosten gjelder alle kest (artstall) i det nye deldiemet. Omvendt kan vi slå sammen flere artstall til ett tilleggingstall, der tosten utbyrdes blir gjeldende for tilleggingstallet.

8.2 Tilleggingstall og diem

Dersom vi omgjør et tilleggingstall til et deldiem, kan vi sette tilleggingstall imellom hvert enkelttall. Enkelttallene får tallordenen artstall, dersom der ikke er noen tost til tilleggingstallet. Ellers gjelder vanlige regler for tost.

8.3 Regelen for tilleggingstall

Regelen for tilleggingstall bruker regelen for ulikeartet tallmengde som grunnlag. Det kan nevnes at det gjør alle de fire allmengdelige tallordenene. Vi bruker kun artstallene vist ved virkerene $d^{I}1$, $d^{I}2$ og så videre, i regelen for ulikeartede tallmengder til regelen for tilleggingstall.

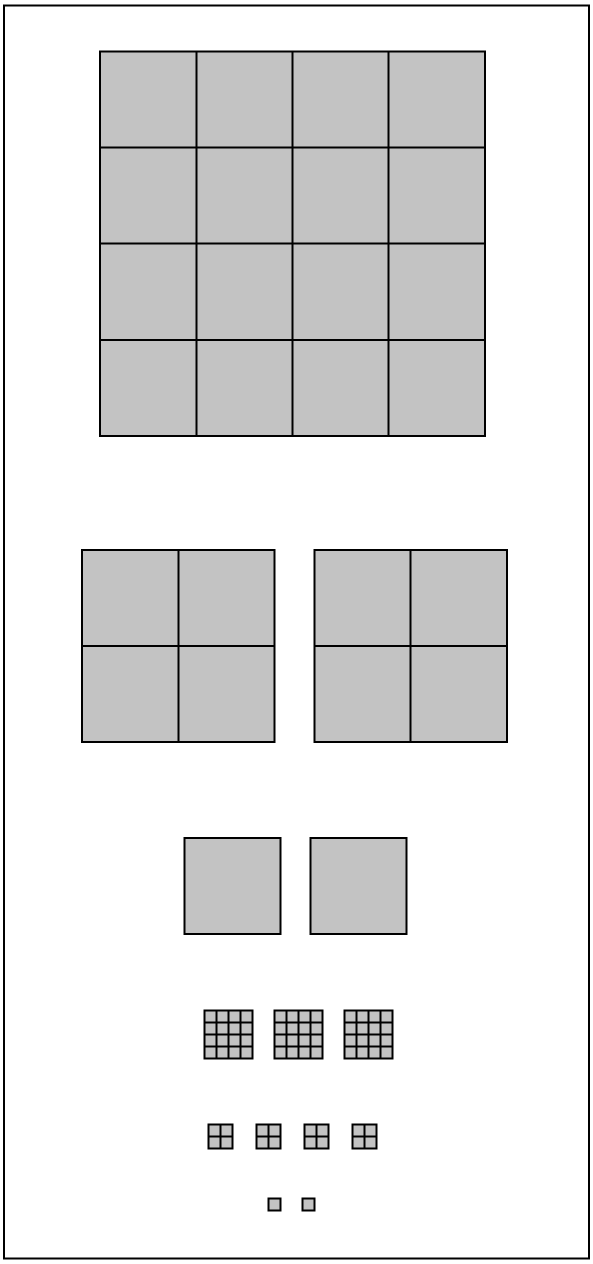
Regel for tilleggingstall
a = +[j=0,k] a(j) = a(0)a(1) ... a(k) = a(0) + a(1) + ... + a(k), der a er et tilleggingstall, a(j) er enkelttall som artstall. Enkelttallene som artstall kan være ordnet i ulike følgeorden. (Minkende, tilfeldig, økande, minkande og lik og økende og lik.) Ved null er der kun ett enkelttall lik 0.

Vi ser av regelen for tilleggingstall at enkeltallene som artstall kan ordnes i ulike følgeorden – dette skal vi se nærmere på i avsnittet for 'tilleggingstall og følger'. Et eksempel på et tilleggingstall med en minkende følge som blir omgjort til et deldiem:

MNÅI = M + N + Å + I

8.4 Tilleggjingstall og tallmengde

Tilleggingstall er en ulikeartet tallmengde – som selvsagt óg kan være likeartet dersom vi bruker kun én art. Som tallmengde kan tilleggingstall ha flere arter. Har tilleggingstallet flere arter enn en, kan vi bruke omgrepet størsteart, minsteart og grunnart som vi bruker for tallmengde ellers. Tilleggingstall kan være både vekslebare og uvekslebare – dette kommer vi tilbake til i neste avsnitt om 'vekslebar og uvekslebar'. Vi ser på et bilde (bilde 11) for et tilleggingstall vist som en tallmengde, med 6 ulike arter, der 5 av de har en delmengde større enn 1:



Bilde 11 – en tallmengde

Vi ser av bildet at grunnarten er den fjerde arten nedenfra, grunntallet er fire. Vi har valgt grunntall fire på grunn av at da kan vi tegne flere arter på en mindre flate enn ved grunntallet omi. Tilleggingstallet for denne tallmengden kan vi skrive i følgeorden minkende og lik slik:

NÅÅIIVVVWWWWXX

8.5 Vekslebar og uvekslebar
Tilleggingstall kan både være vekslebare og uvekslebare. Delmengden til hver av artene som enkelttall i vekslebare tilleggingstall, er mindre enn mengden til grunntallet, og delmengden til minst en art som enkelttall i uvekslebare tilleggingstall, er lik eller større enn mengden til grunntallet.

8.6 Tilleggingstall og følge
Tilleggingstallene sine enkelttall kan ordnes på ulike måter innbyrdes – ha ulike følgeorden. Enkelttallene kan ha økende følge der minste enkelttall kommer først, minkende følge der det største enkelttall kommer først, tilfeldig følge der enkelttalene er i en tilfeldig orden (som vi kunne kalt uorden), minkende og lik følge og økende og lik følge. Vi kunne selvsagt óg hatt flere, men dette er de vanligste som vi har bruksområde for.

Når det gjelder grunntallet til tilleggingstall, kan vi alt etter om vi skal ha vekslebare eller uvekslebare tilleggingstall, ha henholdvis færre like enkelttall enn mengden til grunntallet, eller like mange eller flere enkelttall enn mengden til grunntallet. Derfor kan vi klargjøre at når det gjelder minkende og lik følge og økende og lik følge, vil vi ved vekslebare tilleggingstall kun se en mengde like enkelttall mindre enn grunntallet sin mengde. Vi ser på et eksempel med høvesvis tilfeldig følge, minkende og lik følge og økende og lik følge:

WÅIIWVWVXÅNVXW = NÅÅIIVVVWWWWXX = XXWWWWVVVIIÅÅN

Av eksempelet ser vi at det er enkelt å endre følge. Vi har nå lært at tilleggingstall kan ha ulike følger – i det følgende skal vi bruke tilleggingstall kun sammen med følgene minkende og lik og tilfeldig. Tilfeldig følge bruker vi av og til når vi teller, eller når vi regner med tilleggingstall. Når vi er ferdig med en telling eller en regning, ordner vi følgene om til minkende og lik – slik at utfallet vi får til slutt har en følge som gjør det enklere å få oversikt over hva for mengde tilleggingstallet har. Økende ser vi altså bort ifra på grunn av at det ikke er nødvendig å bruke både minkende og økende følge – vi velger å bruke minkende.

8.7 Tilleggingstall og veksling
Veksling av talltegnene til tilleggingstall gjør vi i hovedsak for å slå sammen mindre arter til større, slik at tilleggingstallet blir kortest mulig – færrest mulig enkelttall i talrekken. Med formål om å for eksempel kunne vise eller fortelle til andre tilleggingstallet på en enklest mulig måte. Vi kan si at vi veksler uvekslebare tilleggingstall til vekslebare tilleggingstall.

Vi veksler etter at tilleggingstallet er ordnet i minkende orden, og går frem slik: Vi begynner med enkelttallene til minstearten, og slår de sammen til nærmeste mulige større artstall, deretter begynner vi å slå sammen talltegnene med nest minst art og gjør det samme med de som med talltegnene til minstearten – og vi fortsetter slik inntil vi er ferdig med størstearten. Når vi er ferdig, står vi igjen med et tilleggingstall som ikke kan veksles videre – men er den korteste måte å skrive den mengden tilleggingstallet har på. Det kan nevnes at tilleggingstallet er alltid kortere, og har færre enkelttall, når det er vekslet på denne måten. Vi går frem slik:

NÅÅÅÅÅÅÅÅÅIIIIIIIII = NN
N ~~Å~~

Som vi ser av eksempelet, begynner vi med minstearten – og veksler de om mulig. Og vi ser av eksempelet at IIIIIIIII kunne veksles til Å. Deretter kunne ÅÅÅÅÅÅÅÅÅÅ veksles til N. Utfallet ble NN. Vi ser at vi skriver vekslingen under tilleggingstallet. Når vi utfører en slik veksling kan vi bruke tabellen på side 66.

Fremgangsmåte for å veksle uvekslebare tilleggingstall til vekslebare tilleggingstall:
1. Vi ordner talltegnene i minkende orden.
2. Vi begynner med minstearten, og veksler mindre arter til større, inntil det ikke lenger er mulig å veksle mer.
3. Som hjelp kan vi skrive vekslede arter under tilleggingstallet, samt stryke ut allerede vekslede enkelttall som blir vekslet flere gonger.

8.8 Allmengdelig og uallmengdelig
Da vi kan ha en uavgrenset mengde arter, er tilleggingstall slik som tallmengde – allmengdelig. Dette betyr at vi kan bruke tilleggingstall til alle mengder.

8.9 Telling med tilleggingstall
Telling med tilleggingstall, er som for opphavstall, der vi i tillegg kan bruke flere artstall med hver sine delmengder. Det vil si at for hver enhet vi teller, bruker et artstall, der vi i tillegg til å ha artstallet I som opphavstall har, óg kan telle med større og mindre arter. Telling med tilleggingstall egner seg som regel bedre enn opphavstall kun ved hukommelsen – fordi tilleggingstall åpner for at vi kan telle langt større mengde med færre enkelttall i tallrekken. Likevel trenger vi ofte et verktøy, for å unngå å glemme de foregående enkelttall som er telt dersom mengden er stor.

Den vanligste måten å telle med tilleggingstall, er ved hjelp av papir, der vi skriver ned hvert artstall etterhvert som vi teller en mengde. Når vi bruker et slikt verktøy, kan vi etter at vi har telt en mengde ferdig, og som regel har et tilleggingstall som er uordnet i en tilfeldig rekkefølge, ordnet det i minkende og lik følge, og utføre en veksling til slutt. Dette gir at vi forenklet kan telle ved å stadig skrive ned artstall etterhvert som vi teller til høyre for foregående artstall – der vi kan bruke hva som helst artstall – vi kan altså få en tilfeldig følge under tellingen. Et eksempel der vi har telt en mengde og har et tilleggingstall i tilfeldig følge, som vi ordner til minkende og lik følge, og til slutt veksler:

IIIÅIIÅIIINIII = NÅÅIIIIIIIIIII = NÅÅÅI
Å

8.10 Lesing av tilleggingstall
Tilleggingstall leser vi fra venstre til høyre tegn for tegn. Tilleggingstallet i eksempelet over leser vi derfor slik; ‘hundre ti ti ti en’. Se tabell 2 i kapitlet om tall på side 10, for en liste over de artstall vi bruker til tilleggingstall. For mer om lesing av tilleggingstall, se de regler som gjelder lesing av alle tallordener som vi finner under avsnittet; ‘Mer om lesing av tall’, i kapitlet om tall på side 13.

8.11 Tilleggingstall og videreutvikling
Skal vi bruke flere arter til tilleggingstall enn de artstallene 0, X, W, V, I, Å, N, M, kan vi videreutvikle med flere arter på samme måte som for artstall; ved å øke mengden artstall, som vi kan se mer om i avsnittet ‘artstall og videreutvikling’ i delkapitlet om artstall.

8.12 Oppsummering av reglene for tilleggingstall

1. I tilleggingstall kan vi bruke et eller flere artstall.
2. Hvert enkelttall gir hver for seg en innbyrdes delmengde av arten til artstallene.
3. Vi kan skrive tilleggingstegn mellom artstallene i diem.
4. Tilleggingstall er allmengdelige.
5. Tilleggingstall kan være likeartede og ulikeartede.
6. Tilleggingstall bruker den store bokstaven T som tegn for tallordenen i tost.
7. Tilleggingstall bruker vi sammen med følgeorden minkende og lik og tilfeldig.
8. Tilleggingstall kan veksles slik at uvekslebare tallmengder forkortes til vekslebare.

9 Stikktall

Stikktall er en tallorden der hvert enkelttall er et mengdetall, og der et stikktegn brukes imellom heltall og deltall. Heltallet står til venstre for stikket, og deltallet står til høyre. Stikktall sine enkelttall er delmengdene til ulike arter i en tallmengde som mengdetall. Ser vi til tilleggingstall, er delmengdene til artene i en tallmengde gitt ved at vi har en tilsvarende delmengde av artstallene til artene, i tallet. På grunn av at stikktallet kun har enkelttall som mengdetall er der trang til å ha noen tilleggsregler; 1. dersom noen arter imellom størstearten og grunnarten, samt grunnarten selv mangler i tallmengden, må de skrives som en delmengde på 0, 2. dersom noen arter imellom grunnarten og minstearten i talmengden mangler, må delmengdene av de skrives som 0. Dette er nødvendig for å unngå å misforstå hva arter mengdetallene står for. Enkelttallene er ordnet etter sted i stikktallet slik at grunnarten står til venstre for stikket, der arten øker mot venstre inntil størstearten, og der enkelttallene som deltall til høyre for stikket minker inntil minstearten. Et eksempel på et stikktall:

1.1

Vi bruker omgrepet tideling for de enkelttall til høyre for stikket. Og vi sier for eksempel at et tall har tre tidelinger dersom der er tre enkelttall til høyre for stikket. Eksempler på stikktall:

0.5, 3.2, 8.44

Merknad: Vi sier at 0.5 har en tideling, og at 8.44 har to tidelinger.

Tilleggsregler:
Siden vi kun bruker stikk dersom stikktallet har et deltall, unngår vi skrivemåtene ‘a.’ og ‘a.-‘ – altså der a står for en virker som et heltall med påfølgende stikk enten med eller uten minketegn - for stikktall, siden de ikke er et stikktall da det mangler deltall. Et eksempel:

’12.’ og ’12.-‘

Det kan gjøres klart at vi alltid bruker stikktegn imellom heltall og deltall i stikktall, og ikke strektegn.

9.1 Stikktall og tost

Stikktall bruker den store bokstaven S som tegn for tallordenen i tost. Dersom vi omgjør et stikktall til et deldiem, og vi har tost til tallet, legger vi deldiemet innbyrdes en parentes, slik at tosten gjelder alle kest i det nye deldiemet. Omvendt kan vi slå sammen flere kest og/eller deldiem til et stikktall, dersom vi bruker reglene for stikktall som vi skal lære om i det neste avsnittet. I dette tilfellet kan det hende at flere kest og/eller deldiem innbyrdes i deldiemet har ulike tost – da må vi først oversette disse kest og/eller deldiem innbyrdes i deldiemet til å ha samme tost, før vi kan omgjøre deldiemet til et stikktall.

9.2 Stikktall og diem

Stikktall kan skrives som tall i kest i diem, med eller uten tost. Vi kan ved hjelp av de påfølgende reglene for stikktall, utvide stikktall til et deldiem med kest og/eller deldiem innbyrdes med regnetegn seg imellom. Samt omvendt slå sammen deldiem til stikktall. I det følgende skal vi se på reglene for dette.

9.3 Regler for stikktall

Vi skiller mellom regler for stikktall som gjelder heltall, og både heltall og deltall, fordi reglene for heltall er litt enklere å lære seg, og derfor grei å kunne lære ved siden av den fullstendige regelen for stikktall med både heltall og deltall. Reglene for stikktall bygger på reglene for tallmengde, men der reglene i tillegg må sikre at alle arter imellom størstearten og grunnarten eller minstearten, er med. Reglene bruker handlingen enkelttegn som vi kjenner ifra diemlæren, (se diemlære for mer om den) for de ulike enkelttall i stikktallet.

Regel for stikktall

For heltall:

a = a(0)a(1) ... a(k) = +[j=0,k] (a(j) · b$^{\mathrm{I}}$j) = (a(0) · b$^{\mathrm{I}}$0) + (a(1) · b$^{\mathrm{I}}$1) + ... + (a(k) · b$^{\mathrm{I}}$k) = +[j=0,k] (a(j) · (c / (j – 1))) = (a(0) · (c / (k – 1))) + (a(1) · (c / (k - 2))) + ... + (a(k) · (c / 0)), der a er et stikktall, a(k) er et mengdetall, b er artstall med minkende følgeorden, c er et grunntall og d er et medtallig heltall. Ved flere arter enn én er b$^{\mathrm{I}}$k er grunnarten og b$^{\mathrm{I}}$0 størstearten. Arter med en delmengde lik 0 imellom størsteart og grunnart må være med i stikktallet. Forutsetning for utfall i regelen for likeartet tallmengde må brukes for hver art for seg.

For heltall og deltall:

a = a(0)a(1) ... a(d).a(d + 1) ... a(k-1)a(k) = +[j=0,k] (a(j) · b$^{\mathrm{I}}$j) = (a(0) · b$^{\mathrm{I}}$0) + (a(1) · b$^{\mathrm{I}}$1) + ... + (a(d) · b$^{\mathrm{I}}$d) + ... + (a(k - 1) · b$^{\mathrm{I}}$(k - 1)) + (a(k) · b$^{\mathrm{I}}$k) = +[j=0,k] (a(j) · (c / (d – j))) = (a(0) · (c / (d – 1))) + (a(1) · (c / (d - 2))) + ... + (a(d) · (c / 0)) + ... + (a(k - 1) · (c / (d - k + 1))) + (a(k) · (c / (d - k))), der a er et stikktall, a(k) er mengdetall, b er et artstall med minkende følgeorden, c er et grunntall og d, j og k er medtallige heltall. Ved flere arter enn én er b$^{\mathrm{I}}$0 størstearten, b$^{\mathrm{I}}$d grunnarten og b$^{\mathrm{I}}$k minstearten. Arter med en delmengde lik 0 imellom størsteart og grunnart må være med i stikktallet. Forutsetning for utfall i regelen for likeartet tallmengde må brukes for hver art for seg.

Vi legger merke til i regelen for stikktall, at når vi lager deldiem av stikktallet, enten ved kun heltall, eller ved heltall og deltall, får vi enten artstall, eller et opphøyd grunntall der opphøyingen er et medtallig eller mottallig heltall, i tillegg til mengdetallet, for arten i tallmengden til stikktallet. Et eksempel på bruk av regel for stikktall med både heltall og deltall:

35.364 = (3 · Å) + (5 · I) + (3 · V) + (6 · W) + (4 · X) = (3 · (A / 1)) + (5 · (A / 0)) + (3 · (A / -1)) + (6 · (A / -2)) + (4 · (A / -3))

9.4 Stikktall og tallmengde

Stikktall er som vi allerede har nevnt en tallorden med mengdetall for hver delmengde av artene i en tallmengde – der delmengdene er ordnet ifra størsteart til minsteart fra venstre til høyre. Artene fra og med størsteart til og med grunnart er heltallige, og som derfor blir skrevet til venstre for stikket – artene mindre enn grunnarten er deltallige og blir skrevet til høyre for stikket. Det særskilte ved stikktall i høve til opphavstall, tilleggingstall, uftall og tveuftall, er at de må ha med alle artene imellom størsteart og minsteart, óg de som har en delmengde lik 0. Stikktall kan være både likeartede (ved kun ett enkelttall større enn null) og ulikeartede, vekslebare og uvekslebare, og er ellers en allmengdelig tallorden som derfor kan brukes til alle mengder. Ser vi til tallmengden på bilde 11 på side 32, kan tallmengden der skrives med stikktall slik:

122.342

Vi legger merke til at stikket er satt til høyre for mengdetallet til grunnarten, som er imellom heltallet og deltallet til stikktallet.

9.5 Vekslebar og uvekslebar

Stikktall kan være både vekslebare og uvekslebare. Når de er vekslebare er mengdetallene alltid mindre enn grunntallet – når de er uvekslebare er mengdetallene alltid større eller lik grunntallet. Det er kun en av artene som trenger et mengdetall større eller lik grunntallet for at stikktallet blir uvekslebart.

9.6 Stikktall og følge

Stikktall har en tilfeldig følgeorden – der hvert enkelttall i stikktallet ifra første til siste, har et tilfeldig mengdetall. Mengdetallene har dersom stikktallet er vekslebart, en grense for størst mengdetall som er inntil og foruten grunntallet, men har ellers ikke noe slik grense som uvekslebart.

9.7 Allmengdelig og uallmengdelig

Stikktall er en allmengdelig tallorden. Dette betyr at vi kan bruke stikktall til alle mengder.

9.8 Telling med stikktall

Telling med stikktall skiller seg fra telling med opphavstall og tilleggingstall. Telling med stikktall egner seg godt ved hukommelsen, siden vi alltid ved å huske foregående telling, kan øke den med 1, eller det tall og mengde vi da vil øke den foregående telling med. Ved hjelp av verktøy som papir, vil det å skrive hver telling, ta stor flate, og der de foregående tall blir unødvendige for hvert nytt tall som skrives. Stikktall teller vi derfor helst i hukommelsen, og for eksempel skriver vi ned svaret på et papir etterpå, men også det å føre enkelte tall innimellom, for å unngå å telle feil, er noe vi ofte gjør ved telling med stikktall. Her ser vi hvorfor telling ved stikktall ikke egner seg på papir, der eksempelet viser en telling av en mengde på 9:

~~1~~ ~~2~~ ~~3~~ ~~4~~ ~~5~~ ~~6~~ ~~7~~ ~~8~~ 9

Som regel teller vi alltid innenfor en og samme art, som vil si innbyrdes i ett og samme enkelttall – og vanligvis er det i grunnarten – men det forekommer at vi óg teller i andre arter. Når vi teller økes derfor som regel ett av enkelttallene inntil vi kommer til grunntallet, og da øker ett eller flere tegn til venstre for enkelttallet alt etter hva mengden er med 1 – og enkelttallet begynner på nytt på 0. Et eksempel som viser tre ulike tilfeller for grunntallet omi, der vi teller i grunnarten som er enkelttallet helt til høyre; 1. der ett tegn til venstre for enkelttallet vi teller øker med 1, 2. der to tegn til venstre for enkelttallet vi teller øker med 1 og 3. der tre tegn til venstre for enkelttallet vi teller øker med 1:

9 til 10
99 til 100
999 til 1000

Det kan legges til at stikktall som regel bruker langt færre tegn, enn opphavstall og tilleggingstall for å beskrive en mengde.

9.9 Lesing av stikktall

Vi leser stikktall fra venstre til høgre, tegn for tegn, uavheneig av hva grunntall som er valgt. Se tabell 1 i kapitlet om tall på side 10, for en liste over de mengdetall vi bruker til stikktall. For mer om lesing av stikktall, se de regler som gjelder lesing av alle tallordener som vi finner under avsnittet; 'Mer om lesing av tall', i kapitlet om tall på side 13. Eksemplet under leser vi slik; 'en null en null':

1010

Tillegg om uftall: Når vi fjerner artene til uftall, får vi stikktall dersom vi legger til et stikk imellom heltallet og deltallet, samt dersom det er nødvendig, legger til de arter som har delmengde 0 imellom størstearten og minstearten. Siden vi vanligvis leser tall som uftall, kan derfor stikktall leses som uftall ganske enkelt, ved at vi legger til riktige artstall til hvert mengdetall i stikktallet under lesing. Dette kan vi tilsvarende selvsagt nytte ved telling óg – der vi kan etter telling med uftall, skrive tallet som stikktall om det er ønskelig. Se mer om lesing av uftall i kapitlet om uftall.

9.10 Stikktall og videreutvikling
Dersom vi skal bruke et grunntall større enn 16 (G), må vi videreutvikle mengdetallene med talltegn fra og med 17. I denne læreboken har vi med mengdetall fra 0 til 16 (G). Se mer om videreutvikling av mengdetall i kapitlet om mengdetall.

9.11 Oppsummering av reglene for stikktall
1. Stikktall er en tallorden der hvert enkelttall er et mengdetall.
2. Vi skiller heltall og deltall i stikktall med et stikk.
3. Stikktall er en allmengdelig tallorden.
4. Stikktall kan både være likeartet og ulikeartet.
5. Stikktall kan være både vekslebare og uvekslebare.
6. Enkelttallene i stikktall har en tilfeldig følge.

10 Uftall

Uftall er en tallorden med både mengdetall og artstall. Uf er et omgrep for både mengdetall og artstall, der mengdetallet gir delmengden til arten artstallet står for. Uftall har alltid minst ett uf, i det tilfellet er uftallet likeartet – men kan ha flere uf, og er da ulikeartet. Et særtilfelle er når uftallet står for en mengde på ingenting, da har uftallet 0 som talltegn – fordi det ikke er noen art i tallmengden uftallet står for. Ufene står i uftallet alltid med minkende art fra venstre til høyre. Uftall trenger ikke å ha med de arter med null som delmengde slik som stikktall trenger, og vi bruker ikke uf med 0 som mengdetall. Og vi har ikke mellomrom mellom de ulike uf i uftallet. Et eksempel på et likeartet uftall:

1I

Et eksempel på et ulikeartet uftall:

2Å1I

10.1 Regel for uf
ab, der a er et mengdetall ulik 0 og b er et artstall.

10.2 Uftall og tost
Uftall bruker den store bokstaven U som tegn for tallordenen i tost. Dersom vi omgjør et uftall til et deldiem, og vi har tost til tallet, legger vi deldiemet til i en parentes, slik at tosten gjelder alle kest og/eller deldiem i det nye deldiemet. Omvendt kan vi slå sammen flere kest og/eller deldiem til et uftall, dersom vi bruker reglene for uftall som vi skal lære om i det neste avsnittet. I dette tilfellet kan det hende at flere kest og/eller deldiem innbyrdes i deldiemet har ulike tost – da må vi først oversette disse kest og/eller deldiem til samme tost, før vi kan omgjøre deldiemet til et uftall.

10.3 Uftall og diem
Uftall skriver vi vanligvis som tall i kest i diem. Vi kan óg ut fra regelen for uftall skrive de som et deldiem der vi har regnetegn imellom de ulike enkelttall, da bruker vi gangetegn imellom mengdetall og artstall, og tilleggingstegn imellom de ulike uf – samt kan vi skrive artstallet som et opphøyd grunntall. I det følgende skal vi se på regelen for uftall som viser hvordan uftall kan skrives med regnetegn.

10.4 Regel for uftall
a = +[j=0,k] (a(j · 2) · b$^{\mathrm{I}}$j) = (a(0) · b$^{\mathrm{I}}$0) + (a(2) · b$^{\mathrm{I}}$1) + ... + (a((k – 1) · 2) · b$^{\mathrm{I}}$(k - 1)) + (a(k · 2) · b$^{\mathrm{I}}$k) = +[j=0,k] (a(j · 2) · (c / d$^{\mathrm{I}}$j)) = (a(0) · (c / d$^{\mathrm{I}}$0)) + (a(2) · (c / d$^{\mathrm{I}}$1)) + ... + (a((k - 1) · 2) · (c / d$^{\mathrm{I}}$(k - 1))) + (a(1 + (k · 2)) · (c / d$^{\mathrm{I}}$k)), der a er et uftall, a(j · 2) er et mengdetall, b er et artstall med minkende følgeorden fra venstre, c er et grunntall, d er et heltall med minkende følgeorden fra venstre, j og k er heltall. Ved flere arter enn én er b$^{\mathrm{I}}$1 størstearten, b$^{\mathrm{I}}$k grunnarten og/eller minstearten. Forutsetning for utfall i regelen for likeartet tallmengde må brukes for hver art for seg.

Et eksempel på bruk av regelen for uftall:

3Å5I3V6W4X = (3 · Å) + (5 · I) + (3 · V) + (6 · W) + (4 · X) = (3 · (A / 1)) + (5 · (A / 0)) + (3 · (A / -1)) + (6 · (A / -2)) + (4 · (A / -3))

Vi legger merke til at eneste skilnaden ved eksempelet på bruk av regel for stikktall i det førre kapitlet, er at vi har et uftall i stedet for et stikktall først i diemet (!). Ellers er regelen helt lik for både stikktall og uftall, som viser at de to må skrives med regnetegn på samme måte.

10.5 Uftall og tallmengde
Uftall er som allerede nevnt et tall med ett eller flere ufer – dette betyr tilsvarende at uftallet kan være både likeartet og ulikeartet, da hver uf står for en egen art i tallmengden til tallet. Uf er både mengdetall og artstall, og derfor står mengdetallene for delmengden til artene i tallmengden, og artstallene står for artene. Vi kan ha både størsteart, grunnart og minsteart i uftall når det har flere arter enn en.

10.6 Vekslebar og uvekslebar
Uftallet kan være både vekslebart og uvekslebart. Dersom uftallet er vekslebart er mengdetallene i hvert uf mindre enn grunntallet, og er uftallet uvekslebart er mengdetallet i minst ett uf mer eller lik grunntallet.

10.7 Uftall og følge
Når det gjelder følge har uftall enkelttall som er annenhvert mengdetall og annenhvert artstall, og derfor er annenhvert enkelttal i uftall fra det første til venstre i tilfeldig følgeorden, og annenhvert enkelttall fra det andre til venstre i minkende følgeorden. Vi kan tilsvarende si at mengdetallene er i tilfeldig følgeorden, og at artstallene er i minkende følgeorden.

10.8 Allmengdelig og uallmengdelig
Uftall er en allmengdelig tallorden. Dette betyr at uftall kan brukes sammen med alle mengder.

10.9 Telling med uftall
Vi begynner med å gjenta tellemåten for stikktall: Når vi teller med stikktall, gjentar vi alltid hele den telte mengden for hver telling – de foregående tellinger kan derfor utgå etterhvert. På denne måten egner telling med stikktall seg svært godt ved hukommelsen alene – en egenskap vi også får ved uftall.

Telling med uftall egner seg slik som for stikktall ikke på papir eller med et annet verktøy, annet enn som et verktøy til å føre enkelte tall innimellom dersom vi skulle ha behov for en pause i tellingen, eller for å sikre at vi ikke teller feil. Vi ser på hvordan telling med uftall ser ut på papir fra og til 1I og 9I:

~~1I~~ ~~2I~~ ~~3I~~ ~~4I~~ ~~5I~~ ~~6I~~ ~~7I~~ ~~8I~~ 9I

Vi teller som regel innenfor en og samme art, og da gjelder det samme for uftall som for stikktall, men med den skilnad at vi óg har enkelttall for å beskrive art: Når delmengden til arten når mengden til grunntallet, begynner vi på nytt på null, og der mengdetallet til arten til venstre i uftallet, økes med 1, og om den når delmengden til grunntallet óg, blir den 0, og arten til venstre for den igjen sitt mengdetall økes med 1, og slik fortsetter det mot venstre. Da forsvinner den arten vi teller i, inntil vi kommer til neste telling, siden den da har delmengde 0 – og der vi vet ut ifra regelen for uf at vi ikke har uf med mengdertallet 0. Vi tar med et eksempel med tre ulike tilfeller der vi teller i grunnarten; 1. der mengdetallet til arten til venstre økes med 1 og grunnarten endres til 0, 2. der mengdetallet til to av artene til venstre økes med 1 og der mengdetallet til en av artene i tillegg til grunnarten endres til 0, 3. der mengdetallet til tre av artene til venstre økes med 1 og der to av artene sammen med grunnarten endres til 0:

9I til 1Å
9Å9I til 1N
9N9Å9I til 1M

10.10 Lesing av uftall
Uftall leser vi rett frem tegn for tegn, som tallordene tilhørende hvert talltegn som vi finner i tabell 1 og tabell 2, henholdsvis mengdetall og artstall. For eksempel leser vi uftallet 3N3Å2I slik: 'trehundretretitooin'. Uftallet 3M2N5Å5I, leser vi slik; 'tretusentohundrefemtifemoin'. Grunnarten er valgfri å lese – det betyr at artstallet I, som har lesingen oin – kan unngås – dette gjelder óg i telling tilsvarende. Årsaken til at vi kan unngå å lese grunnarten oin, er at vi ikke misforstår hva mengde uftallet står for, da mengdetallet for delmengden til grunnarten eneste ganges med en mengde på 1 når vi legger til artstallet. De to uftallene vi har sett på over får derfor følgende lesing; 'trehundretretito' og 'tretusentohundrefemtifem'. Vi ser at lesingen foruten grunnarten oin, kan vanligvis foretrekkes, da den er kortere og gir samme forståing av tallmengden eller mengden uftallet står for.

Tall som 5Å, 6Å, 7Å, 8Å, 9Å, får lesing henholdsvis som; 'femti', 'seksti', 'syvti', 'åtteti', 'niti'. Det er en lesemåte vi vanligvis knytter til stikktallene 50, 60, 70, 80, 90 – men vi ser her at slik vi uttaler de, kommer av hvordan vi leser uftall. Ser vi til avsnittet om lesing av stikktall, er der lagt til et tillegg som sier at stikktall kan leses som uftall, ved å selv lære seg, hvordan vi legger artstall til stikktallet sine mengdetall. Det er slik uftall leses som står som grunn for slik vi vanligvis teller og leser tall og mengder, og er derfor en svært viktig tallorden.

Uftall misforstås sjelden når vi leser eller forteller de til andre, siden vi utrykkelig beskriver hver art med sin delmengde – og vi får da raskt et bilde av hvor stor mengden og/eller tallmengden uftallet står for er. For mer om lesing av uftall, se de regler som gjelder lesing av alle tallordener som vi finner under avsnittet; 'Mer om lesing av tall', i kapitlet om tall på side 13.

10.11 Uftall og videreutvikling
Uftall kan videreutvikles slik at dersom vi trenger flere arter kan vi legge til flere talltegn og tallord til artstallene, og trenger vi en større delmengde til en eller flere arter, kan vi legge til flere talltegn og tallord til mengdetallene. For mer om videreutvikling av mengdetall og artstall se avsnittene 'mengdetall og videreutvikling' og 'artstall og videreutvikling' i kapitlene for henholdsvis mengdetall og artstall.

10.12 Oppsummering av reglene for opphavstall
1. Uftall er en tallorden med både mengdetall og artstall. Uftallet har annenhvert enkelttall som mengdetall fra første, og annenhvert enkelttall fra venstre som artstall fra det andre.
2. Uftall er en allmengdelig tallorden.
3. Uftall kan være likeartet og ulikeartet.
4. Uftall kan være både vekslebare og uvekslebare.
5. Uftall bruker den store bokstaven U som tegn for tallordenen i tost.
6. Uftall leses rett fram etter tallordene til talltegnene vi bruker for mengdetall og artstall. Tallordet for I, oin, kan valgfritt unngås.
7. Uftall egner seg til å telle med ved kun hukommelsen alene.

11 Tveuftall

Vi ser først i dette kapitlet på hva et tveuf er for noe ved regelen for tveuf:

11.1 Regel for tveuf

ab, der a er et vekslebart uftall med arter større eller lik grunnarten og mengdetall større enn null, og b er et artstall. Vi skriver tveuf foruten mellomrom seg imellom.

Tveuftall er en allmengdelig tallorden med en eller flere tveuf. Når tveuftallet har ett tveuf, er mengden til tveuftallet likeartet, og med flere tveuftall er mengden til tveuftallet ulikeartet. Når vi bruker tveuftall, ordner vi tallmengden for tveuftall som ulikeartet selv om vi kun har en delmengde for en art – men, dette gjør vi ikke. Vi bruker tveuftall som verktøy til å kunne bruke ulikeartede tallmengder med store delmengder, og fremdeles kunne skrive, lese, telle, eller tale om tallet på en kort og enkel måte. Tilleggingstall blir svært lange når vi har stor delmengde, stikktall og uftall trenger mange talltegn og tallord til mengdetallene for å kunne brukes med store delmengder – og ut ifra dette finner vi grunn for å bruke denne tallordenen. Tveuftallet, har altså den viktigste egenskap å kunne brukes til tallmengder med store delmengder. Det kan nevnes at ofte bruker vi tveuftall sammen med tilleggingstall, da begge to ofte har store delmengder – og der tveuftallet derfor kan nyttes til å forkorte lange tilleggingstall med uvekslebar tallmengde. Uftallene i tveuftallene bruker ikke mindre arter enn grunnarten, og er alltid vekslebare. Grunnartene i hver delmengde i tveuftallet, er alltid like stor som arten delmengdene som uftall står til i tveufene. Et eksempel:

3Å2IN

Vi ser over et tveuftall med uftallet 3Å2I og artstallet N, som sammen gir et tveuftall, der uftallet gir delmengden til arten gitt av artstallet N.

11.2 Tveuftall og tost

Tveuftall bruker den store bokstaven V som tegn for tallordenen i tost. Dersom vi omgjør et tveuftall til et deldiem, og vi har tost til tallet, legger vi deldiemet til i en parentes, slik at tosten gjelder alle kest og/eller deldiem i det nye deldiemet. Omvendt kan vi slå sammen flere kest og/eller deldiem til et tveuftall, dersom vi bruker reglene for tveuftall som vi skal lære i det neste avsnitt. I dette tilfellet kan det hende at flere kest og/eller deldiem innbyrdes i deldiemet har ulike tost – da må vi først oversette disse kest og/eller deldiem til samme tost, før vi kan omgjøre deldiemet til et tveuftall.

11.3 Tveuftall og diem

Tveuftall skriver vi vanligvis som tall i kest i diem. Vi kan óg ut ifra regelen for tveuftall skrive de som et deldiem der vi har regnetegn imellom de ulike enkelttall, da bruker vi gangetegn imellom uftall og artstall, mengdetall og artstall, og tilleggingstegn imellom de ulike tveuf – samt kan vi skrive artstallene som et opphøgd grunntall. Det kan nevnes at vi må ha parentes ikring uftallene i tveuftallet når vi skriver de med regnetegn seg imellom. Se regelen under for mer om hvordan tveuftall kan skrives med regnetegn imellom de ulike enkelttall.

11.4 Regel for tveuftall

$a = +[j=0,k]\ (b^{I}j \cdot c^{I}j) = (b^{I}0 \cdot c^{I}0) + (b^{I}1 \cdot c^{I}1) + ... + (b^{I}(k - 1) \cdot c^{I}(k - 1)) + (b^{I}k \cdot c^{I}k) = +[j=0,k]\ (b^{I}0 \cdot (d / e^{I}j)) = (b^{I}1 \cdot (d / e^{I}0)) + (b^{I}1 \cdot (d / e^{I}1)) + ... + (b^{I}(k - 1) \cdot (d / e^{I}(k - 1))) + (b^{I}(k) \cdot (d / e^{I}k))$, der a er et tveuftall, $b^{I}j$ er et vekslebart uftall med arter større eller lik grunnarten, c er et artstall med minkende følgeorden fra venstre, d er et grunntall, e er heltall med minkende følgeorden fra venstre, j og k er heltall. Dersom tveuftallet har flere arter enn én er $c^{I}0$ størstearten, $c^{I}k$ grunnarten og/eller minstearten. Forutsetning for utfall i regelen for likeartet tallmengde må brukes for hver art for seg (arter i uftallet for seg selv i henhold til regelen for uftall).

Vi legger merke til at når tveuftallet har ett eller flere uftall innbyrdes – kan vi se til regelen for uftall for hvordan de skal skrives. Det kan nevnes at vi bruker parentes ikring uftallene når vi skriver de som deldiem innbyrdes i tveuftallet slik at artstallet ganges med hele uftallet sin mengde.

Døme på bruk av regelen for tveuftal:

3Å2IN5IÅ = (((3 · Å) + (2 · I)) · N) + ((5 · I) · Å) = (((3 · (A / 1)) + (2 · (A / 0))) · (A / 2)) + ((5 · (A / 0)) · (A / 1))

11.5 Tveuftall og tallmengde

Det særskilte ved tveuftall og tallmengde, er at delmengdene til hver art innbyrdes kan ordnes slik som vekslebare uftall. Da bruker vi arter større eller lik grunnarten, med en delmengde mindre enn grunntallet. Derfor kan alltid grunnarten være den art som alle de større arter i delmengdene løses opp i. Selv om delmengdene innbyrdes kan ha ulike arter, sier vi at om tallmengden har én art med en delmengde ordnet som uftall er den likeartet, og om den har flere arter ordnet som uftall, at den er ulikeartet.

Tveuftall kan være vekslebare og uvekslebare – men det er slik at tveuftall først når tallmengden er uvekslebar, og der delmengdene derfor er minst større eller lik grunntallet, at tveuftall kommer til nytte. Når delmengdene er mindre enn grunntallet kan vi bruke uftall i stedet for tveuftall – da uftall har en kortere og enklere orden.

11.6 Vekslebar og uvekslebar

Tveuftall kan som nevnt være både vekslebare og uvekslebare. Uftallet vi bruker til delmengdene i tveuftallet sin tallmengde skal alltid være vekslebare.

11.7 Tveuftall og følge

Tveuftallet har en litt uregelmessig følgeorden når vi ser til hvert enkelttall – men ser vi til skilnaden mellom uftall og artstall i tveufet, har uftallet innbyrdes en egen følgeorden, og artstallene alltid en minkende følgeorden. Uftallene sin følgeorden er slik at mengdetallene er i tilfeldig følgeorden, og artstallene i minkende følgeorden. Les i avsnittet 'uftall og følge' i kapitlet om uftall for mer om følgeordenen til uftall.

11.8 Allmengdelig og uallmengdelig

Tveuftall er en allmengdelig tallorden.

11.9 Telling med tveuftall

Vi teller som oftest tveuftall art for art – for eksempel om vi teller uvekslebare tilleggingstall som er ordnet i minkende og lik følge før de er vekslet - som er en mengde som høver seg å bruke tveuftall til å telle, teller vi gjerne størstearten først, og deretter de andre artene i minkende orden. Innbyrdes i hver art teller vi som regel innom den samme arten, og det er oftest grunnarten. Ellers er tellingen innbyrdes i hver art i tveuftallet den samme som tellingen av uftall, da det er et vekslebart uftall uten arter mindre enn grunnarten. Se derfor om telling av uftall dersom en ønsker å lære mer om dette i kapitlet om uftall.

Tveuftall egner seg ikke særlig godt å telle med noe verktøy innbyrdes i delmengden som uftall, slik som gjelder uftall ellers óg – men det kan egne seg godt å skrive ned de ferdig telte delmengdene som uftall til hver art i tveuftallet. Samt å skrive ned enkelte tellinger underveis, eller i tallet til slutt når vi er ferdig med å telle. Tveuftall egner seg derimot godt til å telle ved hukommelsen alene, innbyrdes i hver delmengde som uftall. Telling med tveuftall kan derfor skje både ved hjelp av verktøy, og ved hukommelsen – der vi teller hver art ved hukommelsen, og skriver ned delmengden til hver art etterhvert. Men det kan óg være mulig å telle hele tveuftallet foruten verktøy dersom mengden ikke er stor.

Det kan nevnes at sjelden vil vi telle med tveuftall slik som vi teller i andre tallordener, nettopp slik at vi teller i grunnarten – vi teller altså som regel art for art, som for eksempel i en telling av tilleggingstall i minkende og lik følge. Dersom vi likevel skulle gjort det, vil vi kun få en likeartet mengde, med en økende delmengde som uftall som delmengde til grunnarten i tveuftallet – og det gir et godt svar på hvorfor vi ikke teller tveuftall slik, da vi i dette tilfellet like godt kunne telt med uftall.

11.10 Lesing av tveuftall

Tveuftall leser vi rett frem talltegn for talltegn slik som tabell 1 og tabell 2, for henholdsvis mengdetall og artstall. For eksempel leser vi uftallet 3N3Å2IN slik: 'trehundretretitooinhundre'. Uftallet 3M2N5Å5IN, leser vi slik; 'tretusentohundrefemtifemoinhundre'. Grunnarten i hvert uftall i tveuftallet er valgfritt å lese – det betyr at artstallet I, som har lesingen oin – kan unngås i lesing av delmengdene som uftall til hver art – dette gjelder óg i telling tilsvarende. Årsaken til at vi kan unngå å lese grunnarten oin, er at vi ikke misforstår hva mengde på 1 når vi legger til artstallet. De to tveuftallene vi har sett på over får derfor følgende lesing foruten artstallet I i uftallene; 'trehundretretitohundre', og 'tretusentohundrefemtifemhundre'. Vi ser at lesingen foruten grunnarten oin, kan vanligvis foretrekkes, da den er kortere og gir samme forståing av tallmengden eller mengden tveuftallet står for.

Artstallene til tveufene i tveuftall, kan valgfritt leses som enheter. I dette tilfellet leser vi de to eksemplene over slik: 'trehundretretitohundrerer' og 'tretusentohundrefemtifemhundrerer'.

For mer om lesing av tveuftall, se de regler som gjelder lesing av alle talordener som vi finner under avsnittet; 'Mer om lesing av tall', i kapitlet om tall på side 13.

11.11 Tveuftall og videreutvikling

Tveuftall kan videreutvikles slik at dersom vi trenger flere arter, enten til uftallene eller til artstallene i tveufene, kan vi legge til flere talltegn og tallord til artstallene, og trenger vi en større delmengde til en eller flere arter innbyrdes i uftallene i tveufene, kan vi legge til flere talltegn og tallord til mengdetallene. For mer om videreutvikling av mengdetall og artstall se avsnittene 'mengdetall og videreutvikling' i kapitlene for henholdsvis mengdetall og artstall.

11.12 Oppsummering av reglene for tveuftall

1. Tveuftall er en allmengdelig tallorden med en eller flere tveuf.
2. Tveuftall kan være både likeartet og ulikeartet – når likeartet har det ett tveuf, når ulikeartet har det flere tveuf.
3. Tveuftall kan være både vekslebare og uvekslebare. Delmengdene som uftall innbyrdes i tveufene, er kun vekslebare.
4. Selv om delmengdene til et tveuftall med kun en art kan ha ulike arter innbyrdes, omtaler vi i det tilfellet ikke tveuftallet som ulikeartet, men som likeartet. Grunnarten i delmengdene som uftall i tveufene er alltid lik arten delmengdene gjelder.

12 Øvingsoppgaver

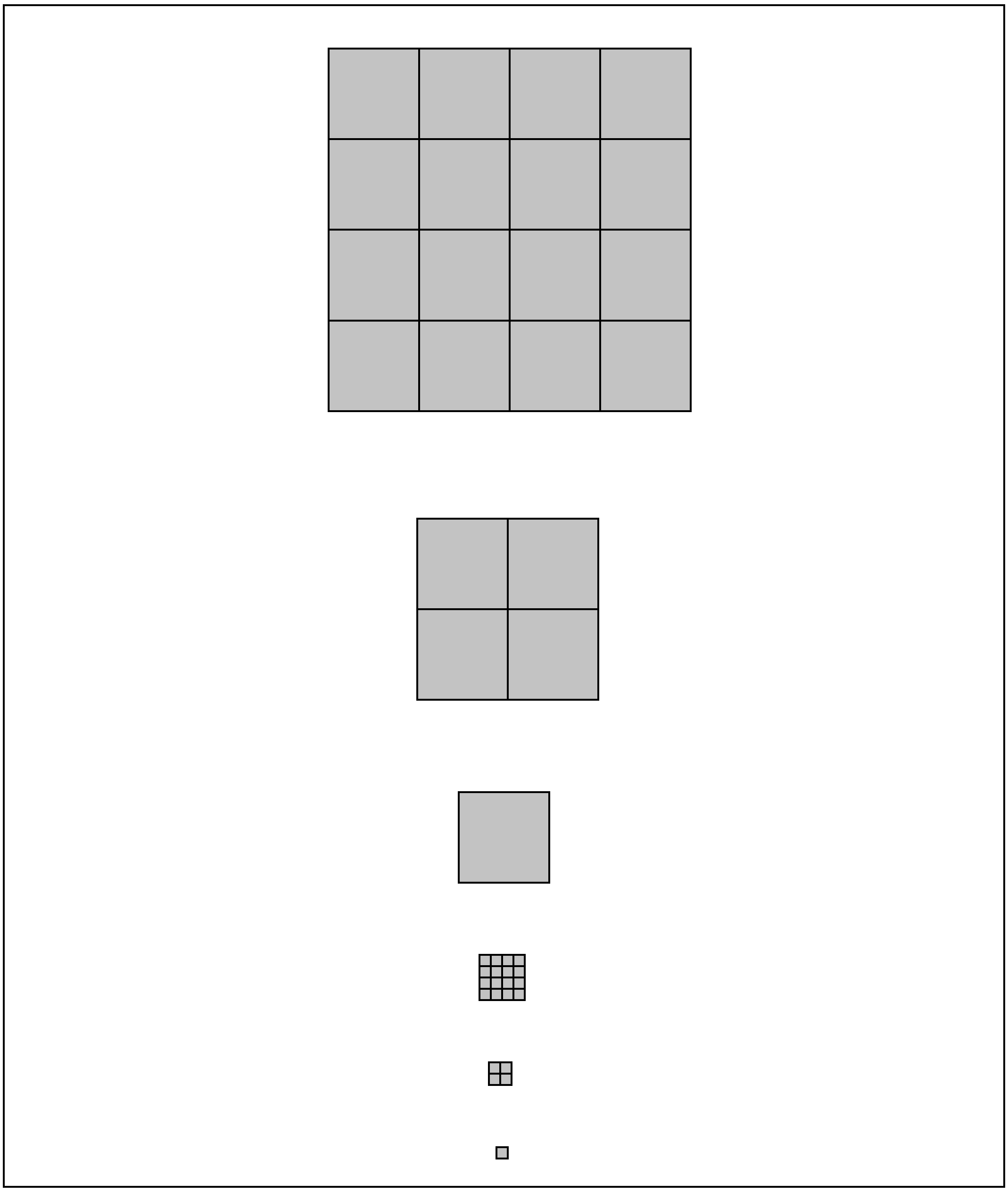
I det følgende kapitlet finner vi fem øvingsoppgaver, for de som ønsker å bruke det vi har lært i denne mengdelæren. Øvingsoppgavene har en gitt tallmengde, som enten er vekslebar eller uvekslebar, der oppgaven er å skrive hvor stor tallmengden er ved hjelp av alle de ulike tallordenene vi har lært; opphavstall, mengdetall, artstall, tilleggingstall, stikktall, uftall og tveuftall.

Fremgangmåte for å løse oppgavene:

1. Grunntall: Vi finner grunntallet til tallmengden. Dette kan vi gjøre på flere måter, men vi kan se til den første arten større enn grunnarten for å se hvor mange grunnarter den kan løses opp i – og det gir grunntallet.
2. Opphavstall: Vi skriver opphavstallet til tallmengden med I som lik grunnarten.
3. Mengdetall: Vi skriver mengdetall for hver delmengde til hver art i tallmengden med strektegn seg imellom. Vi begynner med størstearten, og skriver delmengdene til hver art i minkende følge til og med grunnarten og/eller minstearten.
4. Artstall: Vi skriver artstallet til hver av artene fra størsteart til grunnart og/eller minsteart. Vi skriver de med strektegn seg imellom.
5. Tilleggingstall, stikktall, uftall og tveuftall: Vi skriver deretter hver for seg tilleggingstall med minkende og lik følgeorden, stikktall, uftall og tveuftall til tallmengden. For hver av de kan vi begynne med størstearten.

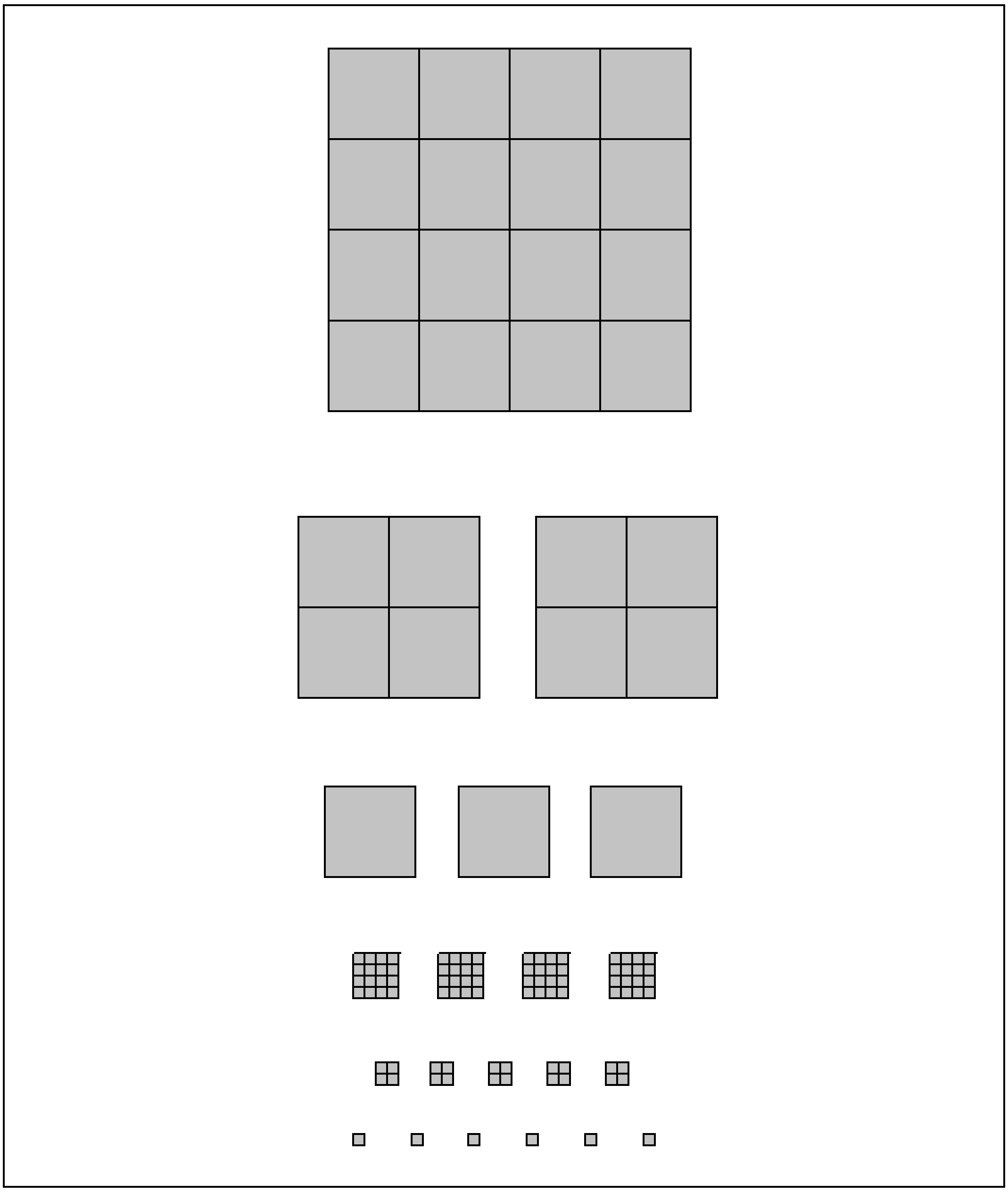
Til slutt kan de som har løst øvingsoppgavene se til vedlegget ‘utfall til øvingsoppgavene’ på side 67, for å finne de riktige svarene. Samt kan en tilleggsoppgave til de som ønsker å øve seg på hvordan de ulike tallordenene skal leses; lese og/eller skrive de ulike løsningene slik som hver tallorden skal leses og/eller skrives som tallord, på egen hånd.

Øvingsoppgave 1



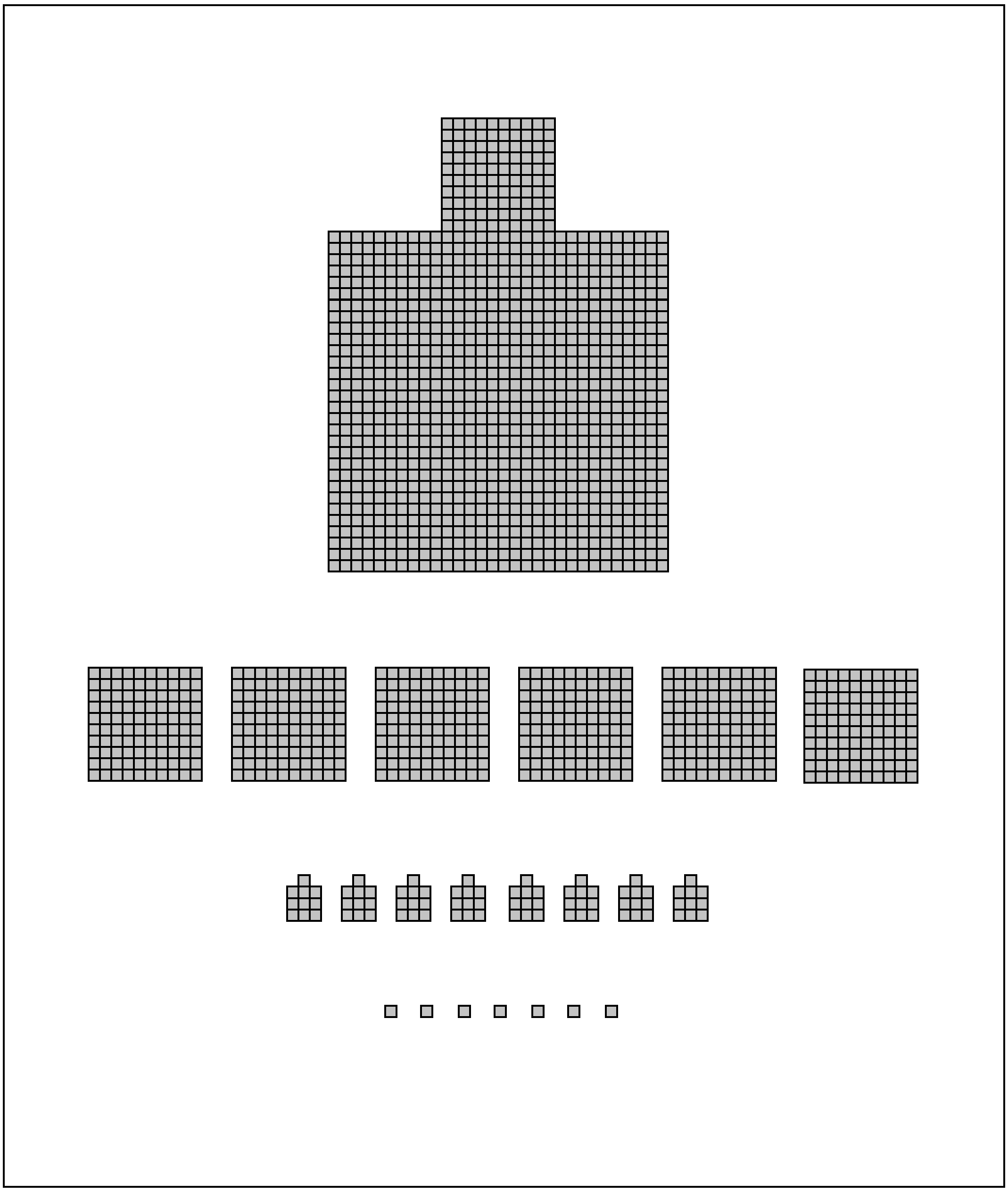
Tallmengden er vekslebar.
Grunntall: ____
Opphavstall: ____
Mengdetall: ____
Artstall: ____
Tilleggingstall: ____
Stikktall: ____
Uftall: ____
Tveuftall: ____

Øvingsoppgave 2



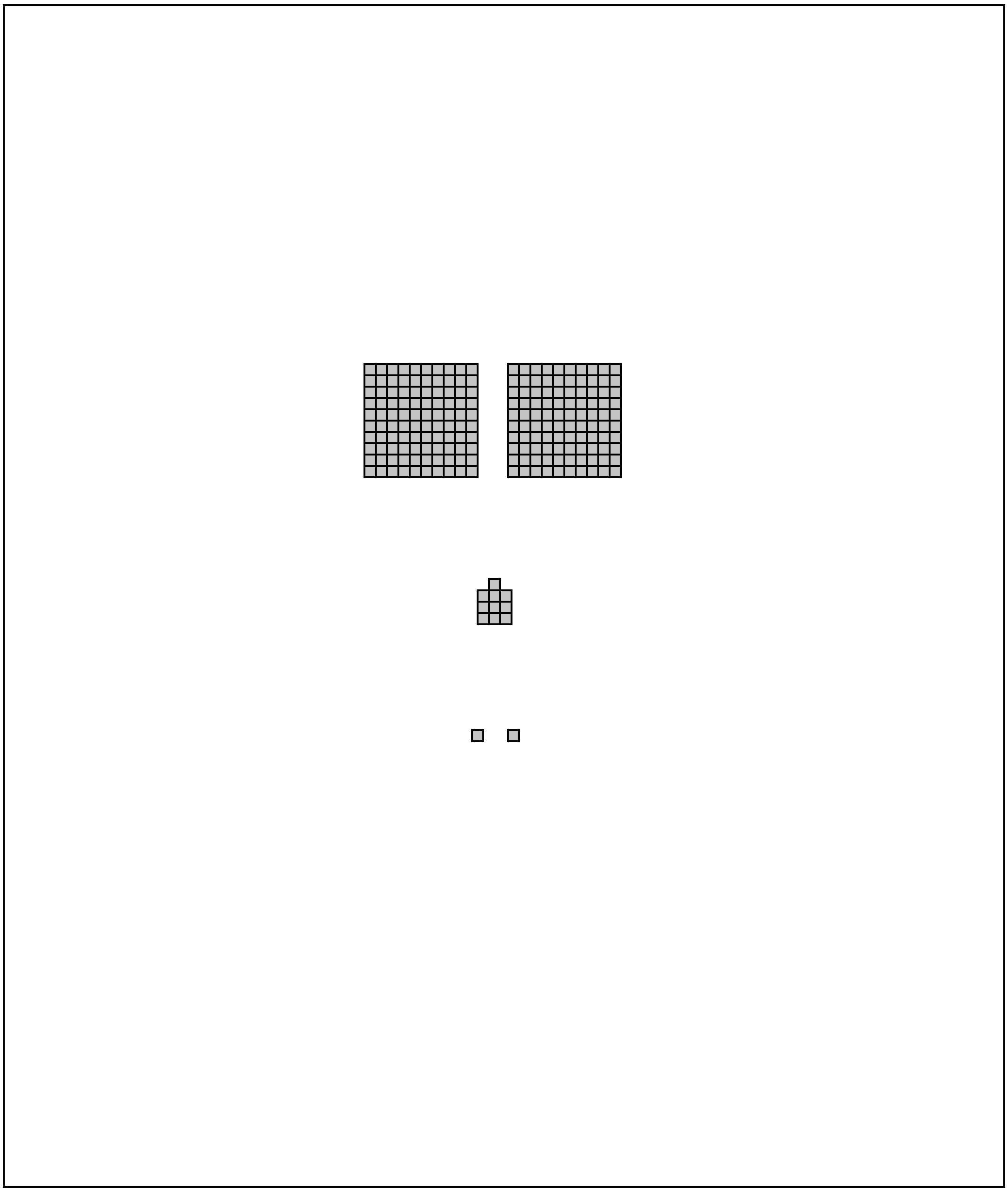
Tallmengden er uvekslebar.
Grunntall: ____
Opphavstall: ____
Mengdetall: ____
Artstall: ____
Tilleggingstall: ____
Stikktall: ____
Uftall: ____
Tveuftall: ____

Øvingsoppgave 3



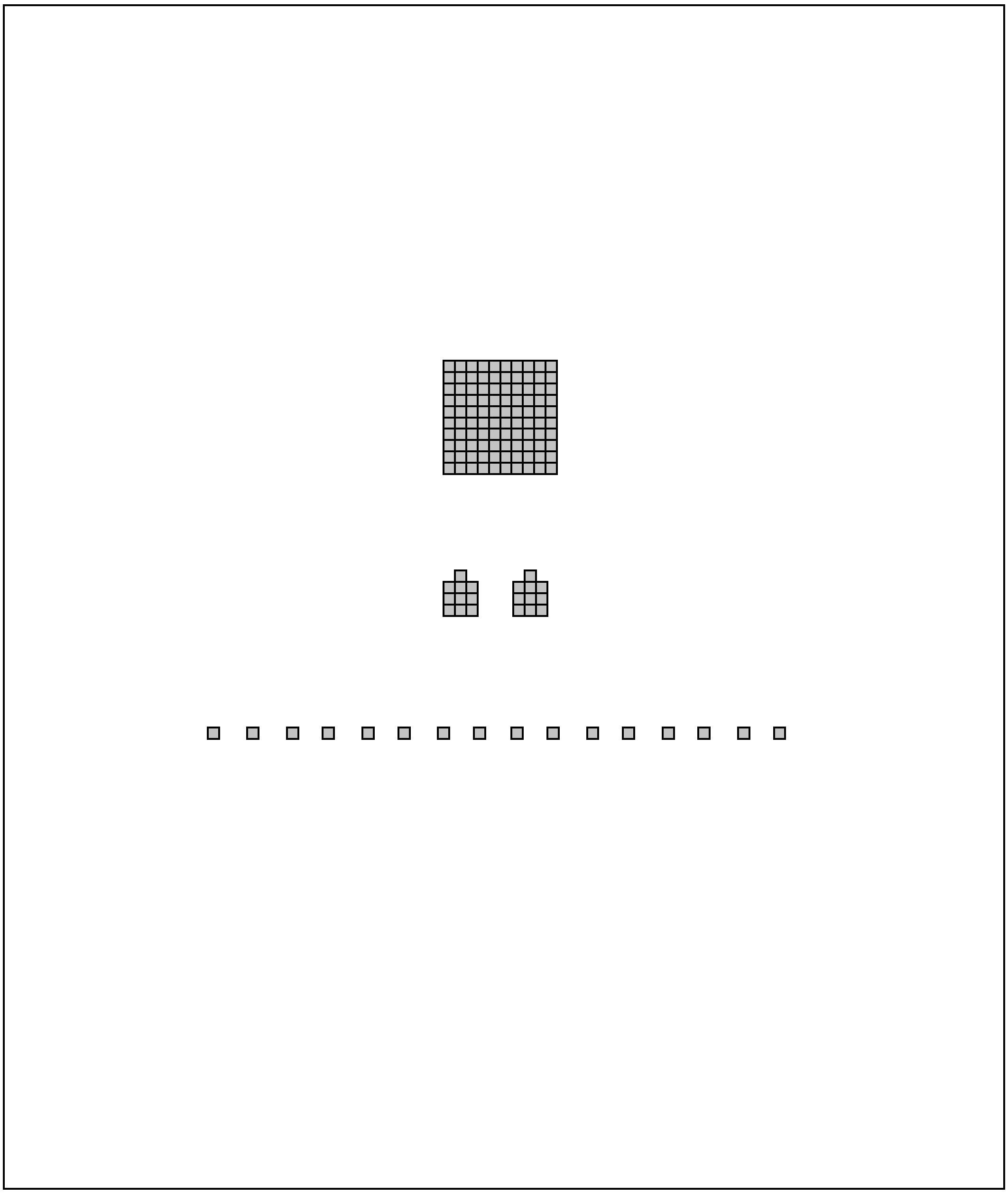
Tallmengden er vekslebar.
Grunntall: ____
Opphavstall: ____
Mengdetall: ____
Artstall: ____
Tilleggingstall: ____
Stikktall: ____
Uftall: ____
Tveuftall: ____

Øvingsoppgave 4



Tallmengden er vekslebar.
Grunntall: ______________________________
Opphavstall: ______________________________
Mengdetall: ______________________________
Artstall: ______________________________
Tilleggingstall: ______________________________
Stikktall: ______________________________
Uftall: ______________________________
Tveuftall: ______________________________

Øvingsoppgave 5



Tallmengden er uvekslebar.
Grunntall: ____
Opphavstall: ____
Mengdetall: ____
Artstall: ____
Tilleggingstall: ____
Stikktall: ____
Uftall: ____
Tveuftall: ____

Tegnliste

Om tegnlisten
Tegnlisten er ordnet etter emne. I tillegg kommer det først en liste med ulike samlinger av tegn.

Teiknsamlinger:
Tall:
Artstall: 0XWVIÅNM
Mengdetall: 0123456789ABCDEFG

Emnelig orden:
Artstall
X et artstall med arten av et grunntall opphøyd i tre som mottall. Leses som tall; tusendel. Leses som enhet; tusendel -en, -er, -ene
W et artstall med arten av et grunntall opphøyd i to som mottall. Leses som tall; tidel. Leses som enhet; tidel -en, -er, -ene
V et artstall med arten av et grunntall opphøyd i en som mottall. Leses som tall; hundredel. Leses som enhet; hundredel -en, -er, -ene
I et artstall for grunnarten i en tallmengde, eller med arten av et grunntall opphøyd i null. Leses som tall; oin. Leses som enhet; oiner -en, -e, -ne
Å et artstall med arten av et grunntall opphøyd i en. Leses som tall; ti. Leses som enhet; tier, -en, -e, -ne
N et artstall med arten av et grunntall opphøyd i to. Leses som tall; hundre. Leses som enhet; hundrer -en, -e, -ne
M et artstall med arten av et grunntall opphøyd i tre. Leses som tall; tusen. Leses som enhet; tusener -en, -e, -ne

Mengdetall
0 et mengdetall med en mengde på ingenting, eller et artstall med ingen art. Leses som tall; null. Leses som enhet; null -en, -er, -ene
1 et mengdetall med en mengde på en. Leses som tall; en, -, et eller ene. Leses som enhet; ener -en, -e, -ne
2 et mengdetall med en mengde på to. Leses som tall; to. Leses som enhet; toer -en, -e, -ne
3 et mengdetall med ei mengde på tre. Leses som tall; tre. Leses som enhet; treer -en, -e, -ne
4 et mengdetall med en mengde på fire. Leses som tall; fire. Leses som enhet; firer -en, -e, -ne
5 et mengdetall med en mengde på fem. Leses som tall; fem. Leses som enhet; femmer -en, -e, -ne
6 et mengdetall med en mengde på seks. Leses som tall; seks. Leses som enhet; sekser -en, -e, -ne
7 et mengdetall med en mengde på syv. Leses som tall; syv. Leses som enhet; syver -en, -e, -ne
8 et mengdetall med en mengde på åtte. Leses som tall; åtte. Leses som enhet; åtter -en, -e, -ne
9 et mengdetall med en mengde på ni. Leses som tall; ni. Leses som enhet; nier -en, -e, -ne
A et mengdetall med en mengde på omi. Leses som tall; omi. Leses som enhet; omer -en, -e, -ne
B et mengdetall med en mengde på elleve. Leses som tall; elleve. Leses som enhet; ellever -en, -e, -ne
C et mengdetall med en mengde på tolv. Leses som tall; tolv. Leses som enhet; tolver -en, -e, -ne
D et mengdetall med en mengde på tretten. Leses som tall; tretten. Leses som enhet; trettener -en, -e, -ne
E et mengdetall med en mengde på fjorten. Leses som tall; fjorten. Leses som enhet; fjortener -en, -e, -ne
F et mengdetall med en mengde på femten. Leses som tall; femten. Leses som enhet; femtener -en, -e, -ne
G et mengdetall med en mengde på

seksten. Leses som tall; seksten. Leses som enhet; sekstener -en, -e, -ne

Ordliste

Om ordlisten
Ordlisten er inndelt i en bokstavlig og en emnelig orden. Begge inneholder de nøyaktig samme ordene.

Bokstavlig orden:
all all, alt, alle mengdeord for de enheter som er i en mengde, eller en hel enhet
allmengdelig -, -e en egenskap for noe som gjelder alle mengder
allmengdelig tallorden tallorden som kan brukes for alle mengder og tallmengder
annen annen, annet, andre mengdeord for en mengde sideordnet en annen mengde
annenhver annenhver, annenhvert, - mengdeord for hver andre enhet i en mengde ordnet på en rekke
art -en, -er, -ene en art er en underenhet av en enhet. I en lufe med ulike tilfeller, ulike sufer, er hver av tilfellene/sufene en egen art av lufen
artstall -et, -, -ene artstall er tall for de ulike arter i en tallmengde. Artstall har en motsetning i forhold til mengdetall siden artstall alltid trenger et stemt grunntall for å få en varig mengde
delmengde -en, -er, -ene en del av en mengde
deltall -et, -, -ene et tall mellom heltallene -1 og 1. En del av en enhet, eller flere deler av en eller flere enheter satt sammen, og som ikke gir et heltall
elleve et mengdetall med en mengde på elleve. Har talltegnet ‘B’
ellever -en, -e, -ne mengdetallet elleve, eller en mengde på elleve, som en enhet. Har talltegnet ‘B’
en et mengdetall med en mengde på en. Har talltegnet ‘1’
ener -en, -e, -ne mengdetallet en, eller en mengde på en, som en enhet. Har talltegnet ‘1’
enhver enhver, ethvert, - mengdeord for alle enhetene i en mengde hver for seg
enkelttall -et, -, -ene ett av talltegnene i en tallrekke, eller et tall med kun ett talltegn
fem et mengdetall med en mengde på fem. Har talltegnet ‘5’
femmer -en, -e, -ne mengdetallet fem eller en mengde på fem, som en enhet. Har talltegnet ‘5’
femten et mengdetall med en mengde på femten. Har talltegnet ‘F’
femtener -en, -e, -ne mengdetallet femten eller en mengde på femten, som en enhet. Har talltegnet ‘F’
fire et mengdetall med en mengde på fire. Har talltegnet ‘4’
firer -en, -e, -ne mengdetallet fire eller en mengde på fire, som en enhet. Har talltegnet ‘4’
fjorten et mengdetall med en mengde på fjorten. Har talltegnet ‘E’
fjortener -en, -e, -ne mengdetallet fjorten eller en mengde på fjorten, som en enhet. Har talltegnet ‘E’
- -, -, få mengdeord for mindre enn halvdelen av en mengde
få -tt, - el -e (få, færre, færrest) egenskap som mindre enn halvdelen av en mengde
grunnart -en, -er, -ene den grunnleggende arten i en tallmengde
grunntall -et, -, -ene medtallige heltall fra og med 2
heltall -et, -, -ene heltall er en mengde av en eller flere hele, udelte enheter
hundre et artstall med arten av et grunntall opphøyd i to. Har talltegnet ‘N’
hundrer -en, -e, -ne artstallet hundre eller arten av et grunntall opphøyd i to, som en enhet. Har talltegnet ‘N’
hundredel et artstall med arten av et grunntall opphøyd i to som mottall. Har talltegnet ‘W’
hundredel -en, -er, -ene artstallet hundredel eller arten av et grunntall opphøyd i en som mottall, som en enhet. Har talltegnet ‘V’
hver hver, hvert, - mengdeord for alle enheter i en mengde, men samtidig de enkelte enhetene for seg selv
ingen inga el. ingen, ikke noe el. intet, ingen mengdeord for en mengde uten enheter
likeartet -t, -de en egenskap for noe med

like arter innbyrdes
mang en mang ei el. mang en, mangt (et), mange (mange, flere, flest) egenskap som mer enn halvdelen av en mengde
medtall -et, -, -ene alle tall større enn null. Fremfor medtall kan tegnet for tillegging valgfritt brukes. Medtall er det motsatte av mottall
mengde -en, -er, -ene en mengde er det som forteller oss om det er en, eller mer eller mindre enn en av noe
mengdetall -et, -, -ene tall med heltallige varige mengder fra 0 og oppover medtallig med mengden 1 seg imellom innbyrdes. Mengdetall har en motsetning i forhold til artstallene siden mengdetall alltid har en varig mengde
minsteart -en, -er, -ene den minste art av artene i en mengde
mottall -et, -, -ene alle tall under null. Fremfor mottall bruker vi alltid tegnet for fratrekking. Mottall er det motsatte av medtall
ni et mengdetall med en mengde på ni. Har talltegnet '9'
nier -en, -e, -ne mengdetallet ni, eller en mengde på ni, som en enhet. Har talltegnet '9'
noen noen, noe, noen mengdeord for en del av en mengde
null mengdetallet null, en mengde på ingenting, artstallet null eller ingen art i en tallmengde. Har talltegnet '0'. Null kan skrives både som heltall og som deltall
null -en, -er, -ene mengdetallet null, en mengde på ingenting, artstallet null eller ingen art i en tallmengde, som en enhet. Har talltegnet '0'. Null kan skrives både som heltall og som deltall
oddetall -et, -, -ene alle heltall som ikke er partall, og er derfor det motsatte av partall. Oddetall gir deltal når det deles på tallet 2
oin et artstall for grunnarten i en tallmengde, eller arten av et grunntall opphøyd i null. Har talltegnet 'I'
oiner -en, -e, -ne mengdetallet oin, eller en mengde på oin, som en enhet. Har talltegnet 'I'
omer -en, -e, -ne mengdetallet omi, eller en mengde på omi, som en enhet. Har talltegnet 'A'
omi et mengdetall med en mengde på omi. Har talltegnet 'A'
opphavstall -et, -, -ene en tallorden som kan beskrive en likeartet mengde, der vi bytter ut hver enhet i mengden med tallet I. Den enkleste tallorden
partall -et, -, -ene alle heltall som kan deles på 2, og som fremdeles forblir et heltall. Det motsatte av oddetall
seks et mengdetall med en mengde på seks. Har talltegnet '6'
sekser -en, -e, -ne mengdetallet seks eller en mengde på seks, som en enhet. Har talltegnet '6'
seksten et mengdetall med en mengde på seksten. Har talltegnet 'G'
sekstener -en, -e, -ne mengdetallet seksten, eller en mengde på seksten, som en enhet. Har talltegnet 'G'
stikktall -et, -, -ene tallorden der hvert enkelttall er et mengdetall, og der stikk brukes imellom heltall og deltall. Heltallet og deltallet står henholdsvis til venstre og til høyre for stikket
størsteart -en, -er, -ene den største arten av artene i en mengde
syv et mengdetall med en mengde på syv. Har talltegnet '7'
syver -en, -e, -ne mengdetallet syv eller en mengde på syv, som en enhet. Har talltegnet '7'
særopphavstall -et, -, -ene opphavstall sammen med artstall enten som en artest eller som en enhet i kest
tall -et, -, -ene tall er tallord og talltegn for ulike mengder, som har tallmengde som grunnlag
tallmengde -en, -er, -ene en særskilt sammensatt mengde, som vi bruker som grunnlag for alle tall for mengder
tallord -et, -, -ene ord for måten vi leser, eller uttaler talltegn, eller en tallrekke
tallorden -en, -er, -ene tall satt sammen i en bestemt orden. Vi har allmengdelige og uallmengdelige tallordener
tallrekke -en, -er, -ene talltegn/enkelttall i en rekke som kan skrives forenklet uten regnetegn seg imellom
talltegn -et, -, -ene tegn for å beskrive tall.

Talltegnene vi bruker i tallæren er inndelt i mengder og arter. Tallord forteller oss hvordan vi skal lese eller uttale tallegnene

telling -en, -er, -ene det å telle en mengde, eller finne et sted på en rekke. Det å skape et tall, det å finne ut hvor mange enheter det er i en mengde

ti et artstall med arten av et grunntall opphøyd i en. Har talltegnet 'Å'

tidel et artstall med arten av et grunntall opphøyd i en som mottall. Har talltegnet 'V'

tidel -en, -er, -ene artstallet tidel eller arten av et grunntall opphøyd i to som mottall som en enhet. Har talltegnet 'V'

tideling -en, -er, -ene 'en av delene når noe er delt på ti'. Brukes om enkelttallene til høyre for stikket i stikktal. Mengden tidelinger større enn null, er lik mengden av arter i tallmengden til stikktallet

tier -en, -e, -ne artstallet ti eller arten av et grunntall opphøyd i en, som en enhet. Har talltegnet 'Å'

tilleggingstall -et, -, -ene en tallorden for ett eller flere artstall i en tallrekke, der vi kan sette tilleggingstegn imellom enkelttallene

to et mengdetall med en mengde på to. Har talltegnet '2'

toer -en, -e, -ne mengdetallet to eller en mengde på to, som en enhet. Har talltegnet '2'

tolv et mengdetall med en mengde på tolv. Har talltegnet 'C'

tolver -en, -e, -ne mengdetallet tolv eller en mengde på tolv, som en enhet. Har talltegnet 'C'

tost -en, -er, -ene et verktøy for å merke tall med en tallorden (uttales; tåst)

tre et mengdetall med en mengde på tre. Har talltegnet '3'

treer -en, -e, -ne mengdetallet tre eller en mengde på tre, som en enhet. Har talltegnet '3'

tresstall alle heltall som kan deles på 3, og som fremdeles forblir et heltall

tretten et mengdetall med en mengde på tretten. Har taltegnet 'D'

trettener -en, -e, -ne mengdetallet tretten eller en mengde på tretten, som en enhet. Har taltegnet 'D'

tusen et artstall med arten av et grunntall opphøyd i tre. Har taltegnet 'M'

tusener -en, -e, -ne artstallet tusen, eller arten av et grunntall opphøyd i tre, som en enhet. Har taltegnet 'M'

tusendel et artstall med arten av et grunntall opphøyd i tre som mottall. Har taltegnet 'X'

tusendel -en, -er, -ene artstallet tusendel, eller arten av et grunntall opphøyd i tre som mottall, som en enhet. Har taltegnet 'X'

tveuf -en, -er, -ene et vekslebart uftal med arter større eller lik grunnarten, sammen med et artstall

tveutftall -et, -, -ene en allmengdelig tallorden med en eller flere tveuf

uallmengdelig -, -e en egenskap for noe som gjelder alle mengder

uallmengdelig tallorden tallorden som ikke kan brukes til alle mengder og tallmengder

uendelig noe som ikke ender. Dette kan være en uendelig stor mengde, og som sted uendelig langt borte fra et utgangspunkt. Har tegnet '∞'. I mengdelæren blir uendelig brukt som et varig tall

uf -en, -er, -ene mengdetall og artstall sammen, der mengdetallet gir delmengden til arten som artstallet gir i en tallmengde

uftall -et, -, -ene en allmengdelig tallorden med en eller flere uf

ulikeartet -t, -de en egenskap til noe med ulike arter innbyrdes

underenhet -en, -er, -ene en enhet under en annen enhet - tilsvarende en sufe til en lufe

uvekslebar -t, -e egenskapen å ikke kunne bli vekslet

uvekslebar tallmengde en tallmengde som ikke entydig kan veksles tilbake til tallmengden før første veksling

uvekslet -t, -de egenskapen å ikke være vekslet

varige tall tall med en varig mengde – og har til vanlig egne tallord og tallteikn i tillegg til den varige mengden

veksle -r, -t, -t å endre på sammensetningen til en mengde. Særskilt gjelder dette tallmengder som mengde

vekslebar -t, -e egenskapen å kunne blir vekslet

vekslebar tallmengde en tallmengde som entydig kan veksles tilbake til tallmengden før første veksling

vekslet -t, -de egenskapen å være vekslet
veksling -en, -er, -ene det å veksle som en enhet
åtte et mengdetall med en mengde på åtte. Har talltegnet ‘8’
åtter -en, -e, -ne mengdetallet åtte eller en mengde på åtte, som en enhet. Har talltegnet ‘8’

Emnelig orden:
Artstall
tusen et artstall med arten av et grunntall opphøyd i tre. Har taltegnet 'M'
hundre et artstall med arten av et grunntall opphøyd i to. Har talltegnet 'N'
ti et artstall med arten av et grunntall opphøyd i en. Har talltegnet 'Å'
oin et artstall for grunnarten i en tallmengde, eller arten av et grunntall opphøyd i null. Har talltegnet 'I'
tidel et artstall med arten av et grunntall opphøyd i en som mottall. Har talltegnet 'V'
hundredel et artstall med arten av et grunntall opphøyd i to som mottall. Har talltegnet 'W'
tusendel et artstall med arten av et grunntall opphøyd i tre som mottall. Har taltegnet 'X'
null mengdetallet null, en mengde på ingenting, artstallet null eller ingen art i en tallmengde. Har talltegnet '0'. Null kan skrives både som heltall og som deltall

Artstall som enhet
tusener -en, -e, -ne artstallet tusen, eller arten av et grunntall opphøyd i tre, som en enhet. Har taltegnet 'M'
hundrer -en, -e, -ne artstallet hundre eller arten av et grunntall opphøyd i to, som en enhet. Har talltegnet 'N'
tier -en, -e, -ne artstallet ti eller arten av et grunntall opphøyd i en, som en enhet. Har talltegnet 'Å'
oiner -en, -e, -ne mengdetallet oin, eller en mengde på oin, som en enhet. Har talltegnet 'I'
tidel -en, -er, -ene artstallet tidel eller arten av et grunntall opphøyd i to som mottall som en enhet. Har talltegnet 'V'
hundredel -en, -er, -ene artstallet hundredel eller arten av et grunntall opphøyd i en som mottall, som en enhet. Har talltegnet 'V'
tusendel -en, -er, -ene artstallet tusendel, eller arten av et grunntall opphøyd i tre som mottall, som en enhet. Har taltegnet 'X'
null -en, -er, -ene mengdetallet null, en mengde på ingenting, artstallet null eller ingen art i en tallmengde, som en enhet. Har talltegnet '0'. Null kan skrives både som heltall og som deltall

Mengdelære
art -en, -er, -ene en art er en underenhet av en enhet. I en lufe med ulike tilfeller, ulike sufer, er hver av tilfellene/sufene en egen art av lufen
delmengde -en, -er, -ene en del av en mengde
grunnart -en, -er, -ene den grunnleggende arten i en tallmengde
likeartet -t, -de en egenskap for noe med like arter innbyrdes
mengde -en, -er, -ene en mengde er det som forteller oss om det er en, eller mer eller mindre enn en av noe
minsteart -en, -er, -ene den minste art av artene i en mengde
størsteart -en, -er, -ene den største arten av artene i en mengde
ulikeartet -t, -de en egenskap til noe med ulike arter innbyrdes
underenhet -en, -er, -ene en enhet under en annen enhet - tilsvarende en sufe til en lufe

Mengdeord
all all, alt, alle mengdeord for de enheter som er i en mengde, eller en hel enhet
annen annen, annet, andre mengdeord for en mengde sideordnet en annen mengde
annenhver annenhver, annenhvert, - mengdeord for hver andre enhet i en mengde ordnet på en rekke
enhver enhver, ethvert, - mengdeord for alle enhetene i en mengde hver for seg
- -, -, få mengdeord for mindre enn halvdelen av en mengde
få -tt, - el -e (få, færre, færrest) egenskap som mindre enn halvdelen av en mengde
hver hver, hvert, - mengdeord for alle enheter i en mengde, men samtidig de enkelte enhetene for seg selv
ingen inga el. ingen, ikke noe el. intet, ingen mengdeord for en mengde uten enheter
mang en mang ei el. mang en, mangt (et), mange (mange, flere, flest) egenskap som mer enn halvdelen av en mengde
noen noen, noe, noen mengdeord for en del av en mengde Mengdetal
null mengdetallet null, en mengde på ingenting, artstallet null eller ingen art i en tallmengde. Har talltegnet '0'. Null kan

skrives både som heltall og som deltall

Mengdetall
en et mengdetall med en mengde på en. Har talltegnet '1'
to et mengdetall med en mengde på to. Har talltegnet '2'
tre et mengdetall med en mengde på tre. Har talltegnet '3'
fire et mengdetall med en mengde på fire. Har talltegnet '4'
fem et mengdetall med en mengde på fem. Har talltegnet '5'
seks et mengdetall med en mengde på seks. Har talltegnet '6'
syv et mengdetall med en mengde på syv. Har talltegnet '7'
åtte et mengdetall med en mengde på åtte. Har talltegnet '8'
ni et mengdetall med en mengde på ni. Har talltegnet '9'
omi et mengdetall med en mengde på omi. Har talltegnet 'A'
elleve et mengdetall med en mengde på elleve. Har talltegnet 'B'
tolv et mengdetall med en mengde på tolv. Har talltegnet 'C'
tretten et mengdetall med en mengde på tretten. Har taltegnet 'D'
fjorten et mengdetall med en mengde på fjorten. Har talltegnet 'E'
femten et mengdetall med en mengde på femten. Har talltegnet 'F'
seksten et mengdetall med en mengde på seksten. Har talltegnet 'G'

Mengdetall som enhet
null -en, -er, -ene mengdetallet null, en mengde på ingenting, artstallet null eller ingen art i en tallmengde, som en enhet. Har talltegnet '0'. Null kan skrives både som heltall og som deltall
ener -en, -e, -ne mengdetallet en, eller en mengde på en, som en enhet. Har talltegnet '1'
toer -en, -e, -ne mengdetallet to eller en mengde på to, som en enhet. Har talltegnet '2'
treer -en, -e, -ne mengdetallet tre eller en mengde på tre, som en enhet. Har talltegnet '3'
firer -en, -e, -ne mengdetallet fire eller en mengde på fire, som en enhet. Har talltegnet '4'
femmer -en, -e, -ne mengdetallet fem eller en mengde på fem, som en enhet. Har talltegnet '5'
sekser -en, -e, -ne mengdetallet seks eller en mengde på seks, som en enhet. Har talltegnet '6'
syver -en, -e, -ne mengdetallet syv eller en mengde på syv, som en enhet. Har talltegnet '7'
åtter -en, -e, -ne mengdetallet åtte eller en mengde på åtte, som en enhet. Har talltegnet '8'
nier -en, -e, -ne mengdetallet ni, eller en mengde på ni, som en enhet. Har talltegnet '9'
omer -en, -e, -ne mengdetallet omi, eller en mengde på omi, som en enhet. Har talltegnet 'A'
ellever -en, -e, -ne mengdetallet elleve, eller en mengde på elleve, som en enhet. Har talltegnet 'B'
tolver -en, -e, -ne mengdetallet tolv eller en mengde på tolv, som en enhet. Har talltegnet 'C'
trettener -en, -e, -ne mengdetallet tretten eller en mengde på tretten, som en enhet. Har taltegnet 'D'
fjortener -en, -e, -ne mengdetallet fjorten eller en mengde på fjorten, som en enhet. Har talltegnet 'E'
femtener -en, -e, -ne mengdetallet femten eller en mengde på femten, som en enhet. Har talltegnet 'F'
sekstener -en, -e, -ne mengdetallet seksten, eller en mengde på seksten, som en enhet. Har talltegnet 'G'

Tall
deltall -et, -, -ene et tall mellom heltallene -1 og 1. En del av en enhet, eller flere deler av en eller flere enheter satt sammen, og som ikke gir et heltall
enkelttall -et, -, -ene ett av talltegnene i en tallrekke, eller et tall med kun ett talltegn
grunntall -et, -, -ene medtallige heltall fra og med 2

heltall -et, -, -ene heltall er en mengde av en eller flere hele, udelte enheter
medtall -et, -, -ene alle tall større enn null. Fremfor medtall kan tegnet for tillegging valgfritt brukes. Medtall er det motsatte av mottall
mottall -et, -, -ene alle tall under null. Fremfor mottall bruker vi alltid tegnet for fratrekking. Mottall er det motsatte av medtall
oddetall -et, -, -ene alle heltall som ikke er partall, og er derfor det motsatte av partall. Oddetall gir deltal når det deles på tallet 2
partall -et, -, -ene alle heltall som kan deles på 2, og som fremdeles forblir et heltall. Det motsatte av oddetall
tall -et, -, -ene tall er tallord og talltegn for ulike mengder, som har tallmengde som grunnlag
tallord -et, -, -ene ord for måten vi leser, eller uttaler talltegn, eller en tallrekke
tallrekke -en, -er, -ene talltegn/enkelttall i en rekke som kan skrives forenklet uten regnetegn seg imellom
talltegn -et, -, -ene tegn for å beskrive tall. Talltegnene vi bruker i tallæren er inndelt i mengder og arter. Tallord forteller oss hvordan vi skal lese eller uttale tallegnene
telling -en, -er, -ene det å telle en mengde, eller finne et sted på en rekke. Det å skape et tall, det å finne ut hvor mange enheter det er i en mengde
tresstall alle heltall som kan deles på 3, og som fremdeles forblir et heltall

Tallmengde
tallmengde -en, -er, -ene en særskilt sammensatt mengde, som vi bruker som grunnlag for alle tall for mengder

Tallorden
allmengdelig -, -e en egenskap for noe som gjelder alle mengder
allmengdelig tallorden tallorden som kan brukes for alle mengder og tallmengder
artstall -et, -, -ene artstall er tall for de ulike arter i en tallmengde. Artstall har en motsetning i forhold til mengdetall siden artstall alltid trenger et stemt grunntall for å få en varig mengde
mengdetall -et, -, -ene tall med heltallige varige mengder fra 0 og oppover medtallig med mengden 1 seg imellom innbyrdes. Mengdetall har en motsetning i forhold til artstallene siden mengdetall alltid har en varig mengde
opphavstall -et, -, -ene en tallorden som kan beskrive en likeartet mengde, der vi bytter ut hver enhet i mengden med tallet I. Den enkleste tallorden
stikktall -et, -, -ene tallorden der hvert enkelttall er et mengdetall, og der stikk brukes imellom heltall og deltall. Heltallet og deltallet står henholdsvis til venstre og til høyre for stikket
særopphavstall -et, -, -ene opphavstall sammen med artstall enten som en artest eller som en enhet i kest
tallorden -en, -er, -ene tall satt sammen i en bestemt orden. Vi har allmengdelige og uallmengdelige tallordener
tideling -en, -er, -ene 'en av delene når noe er delt på ti'. Brukes om enkelttallene til høyre for stikket i stikktal. Mengden tidelinger større enn null, er lik mengden av arter i tallmengden til stikktallet
tilleggingstall -et, -, -ene en tallorden for ett eller flere artstall i en tallrekke, der vi kan sette tilleggingstegn imellom enkelttallene
tost -en, -er, -ene et verktøy for å merke tall med en tallorden (uttales; tåst)
tveuf -en, -er, -ene et vekslebart uftal med arter større eller lik grunnarten, sammen med et artstall
tveutftall -et, -, -ene en allmengdelig tallorden med en eller flere tveuf
uallmengdelig -, -e en egenskap for noe som ikke gjelder alle mengder
uallmengdelig tallorden tallorden som ikke kan brukes til alle mengder og tallmengder
uf -en, -er, -ene mengdetall og artstall sammen, der mengdetallet gir delmengden til arten som artstallet gir i en tallmengde
uftall -et, -, -ene en allmengdelig tallorden med en eller flere uf

Varige tall
uendelig noe som ikke ender. Dette kan være en uendelig stor mengde, og som sted uendelig langt borte fra et utgangspunkt. Har

tegnet '∞'. I mengdelæren blir uendelig brukt som et varig tall
varige tall tall med en varig mengde – og har til vanlig egne tallord og tallteikn i tillegg til den varige mengden

Veksling
uvekslebar -t, -e egenskapen å ikke kunne bli vekslet
uvekslebar tallmengde en tallmengde som ikke entydig kan veksles tilbake til tallmengden før første veksling
uvekslet -t, -de egenskapen å ikke være vekslet
veksle -r, -t, -t å endre på sammensetningen til en mengde. Særskilt gjelder dette tallmengder som mengde
vekslebar -t, -e egenskapen å kunne blir vekslet
vekslebar tallmengde en tallmengde som entydig kan veksles tilbake til tallmengden før første veksling
vekslet -t, -de egenskapen å være vekslet
veksling -en, -er, -ene det å veksle som en enhet

Regelsamling

Regel for vekslebare og uvekslebare tallmengder
Vekslebare tallmengder har alltid delmengder mindre enn grunntallet til tallmengden.
Uvekslebare tallmengder har alltid delmengder større eller lik grunntallet i tallmengden.

Regler for veksling av tallmengder

1. Veksling ved minsteart: Alle arter i tallmengden kan alltid veksles i en heltallig mengde av minstearten, enten minstearten er grunnarten eller ikke.
2. Veksling ved en gitt art: For en gitt art i en tallmengde andre enn størstearten, kan alltid de større artene veksles i en heltallig mengde av den gitte arten.
3. Vekslebare tallmengder: Er alle delmengdene mindre enn grunntallet i tallmengden, kan alltid tallmengden sine arter veksles, og veksles entydig tilbake til tallmengden før første veksling. En veksling av en vekslebar tallmengde, gir alltid en uvekslebar tallmengde, som alltid kan veksles tilbake til den vekslebare tallmengden.
4. Uvekslebare tallmengder: Er minst en delmengde større eller lik grunntallet i en tallmengde, kan ikke tallmengden veksles entydig tilbake til tallmengden før første veksling, når den er vekslet. En veksling av en uvekslebar tallmengde, kan gi både en vekslebar og en uvekslebar tallmengde.

Regel for likeartet tallmengde
a · (b / c) = a · d, der a er et mengdetall, b et grunntall, c et heltall, og d et artstall. Der en av virkerene b, c eller d er utfallig.

Regel for ulikeartet tallmengde
$+[j=1,k]\ ((a^{\mathrm{I}}j \cdot (b / c^{\mathrm{I}}j))) = (a^{\mathrm{I}}1 \cdot (b / c^{\mathrm{I}}1)) + (a^{\mathrm{I}}2 \cdot (b / c^{\mathrm{I}}2)) + ... + (a^{\mathrm{I}}k \cdot (b / c^{\mathrm{I}}k)) = +[j=1,k]\ ((a^{\mathrm{I}}j \cdot (d^{\mathrm{I}}j))) = (a^{\mathrm{I}}1 \cdot d^{\mathrm{I}}1) + (a^{\mathrm{I}}2 \cdot d^{\mathrm{I}}2) + ... + (a^{\mathrm{I}}k \cdot d^{\mathrm{I}}k)$, der a er et mengdetall, b er et grunntall, c, j og k er heltall og d er et artstall, der c og d vanligvis skrives i minkende følge (ikke et krav). Forutsetning for utfall i regelen for likeartet tallmengde må brukes for hver art for seg.

Regel for grunntall
Ved å velge et grunntall, kan vi bruke alle de ulike tallordenene, foruten å misforstå hva mengde de som tall står for. Foruten at noe annet er sagt, er omi valgt som grunntall.

Regel for tost
abcd, der a er tallorden, b er grunntall, c er tallmengde og d er følgjeorden.

Regel for tost til tall
a¦b, der a er en tost, og b er ett eller flere tall enten som tall alene, i kest, i deldiem eller i diem. Vi kan valgfritt bruke mellomrom mellom tallordenstegnet og b.

Regel for opphavstall
a = +[j=0,k] a(j) = a(0)a(1) ... a(k) = a(0) + a(1) + ... + a(k), der a er et opphavstall, a(j) er enkelttallige artstall lik I. Særtilfelle: Ved null er a lik 0.

Regel for mengdetall
a, der a er et mengdetall. Mengdetall er heltal fra 0 og oppover medtallig, med mengden 1 seg imellom innbyrdes.

Regel for artstall
a = b / c, der a er et artstall, b er et grunntall og c er et heltall. Der en av virkerene a, b eller c er utfallig.

Regel for tilleggingstall
a = +[j=0,k] a(j) = a(0)a(1) ... a(k) = a(0) + a(1) + ... + a(k), der a er et tilleggingstall, a(j) er enkelttall som artstall. Enkelttallene som artstall kan være ordnet i ulike følgeorden. (Minkende, tilfeldig, økande, minkande og lik og økende og lik.) Ved null er der kun ett enkelttall lik 0.

Fremgangsmåte for å veksle uvekslebare tilleggingstall til vekslebare tilleggingstall:

1. Vi ordner talltegnene i minkende orden.
2. Vi begynner med minstearten, og veksler mindre arter til større, inntil det ikke lenger er mulig å veksle mer.
3. Som hjelp kan vi skrive vekslede arter under tilleggingstallet, samt stryke ut allerede vekslede enkelttall som blir vekslet flere gonger.

Regel for stikktall
For heltall:
a = a(0)a(1) ... a(k) = +[j=0,k] (a(j) · bˈj) = (a(0) · bˈ0) + (a(1) · bˈ1) + ... + (a(k) · bˈk) = +[j=0,k] (a(j) · (c / (j – 1))) = (a(0) · (c / (k – 1))) + (a(1) · (c / (k - 2))) + ... + (a(k) · (c / 0)), der a er et stikktall, a(k) er et mengdetall, b er artstall med minkende følgeorden, c er et grunntall og d er et medtallig heltall. Ved flere arter enn én er bˈk er grunnarten og bˈ0 størstearten. Arter med en delmengde lik 0 imellom størsteart og grunnart må være med i stikktallet. Forutsetning for utfall i regelen for likeartet tallmengde må brukes for hver art for seg.
For heltall og deltall:
a = a(0)a(1) ... a(d).a(d + 1) ... a(k-1)a(k) = +[j=0,k] (a(j) · bˈj) = (a(0) · bˈ0) + (a(1) · bˈ1) + ... + (a(d) · bˈd) + ... + (a(k - 1) · bˈ(k - 1)) + (a(k) · bˈk) = +[j=0,k] (a(j) · (c / (d – j))) = (a(0) · (c / (d – 1))) + (a(1) · (c / (d - 2))) + ... + (a(d) · (c / 0)) + ... + (a(k - 1) · (c / (d - k + 1))) + (a(k) · (c / (d - k))), der a er et stikktall, a(k) er et mengdetall, b er artstall med minkende følgeorden, c er et grunntall og d, j og k er medtallige heltall. Ved flere arter enn én er bˈ0 størstearten, bˈd grunnarten og bˈk minstearten. Arter med en delmengde lik 0 imellom størsteart og grunnart må være med i stikktallet. Forutsetning for utfall i regelen for likeartet tallmengde må brukes for hver art for seg.

Regel for uf
ab, der a er et mengdetall ulik 0 og b er et artstall.

Regel for uftall
a = +[j=0,k] (a(j · 2) · bˈj) = (a(0) · bˈ0) + (a(2) · bˈ1) + ... + (a((k – 1) · 2) · bˈ(k - 1)) + (a(k · 2) · bˈk) = +[j=0,k] (a(j · 2) · (c / dˈj)) = (a(0) · (c / dˈ0)) + (a(2) · (c / dˈ1)) + ... + (a((k - 1) · 2) · (c / dˈ(k - 1))) + (a(1 + (k · 2)) · (c / dˈk)), der a er et uftall, a(j · 2) er et mengdetall, b er et artstall med minkende følgeorden fra venstre, c er et grunntall, d er et heltall med minkende følgeorden fra venstre, j og k er heltall. Ved flere arter enn én er bˈ1 størstearten, bˈk grunnarten og/eller minstearten. Forutsetning for utfall i regelen for likeartet tallmengde må brukes for hver art for seg.

Regel for tveuf
ab, der a er et vekslebart uftall med arter større eller lik grunnarten og mengdetall større enn null, og b er et artstall. Vi skriver tveuf foruten mellomrom seg imellom.

Regel for tveuftall
$a = +[j=0,k]\ (b^{I}j \cdot c^{I}j) = (b^{I}0 \cdot c^{I}0) + (b^{I}1 \cdot c^{I}1) + ... + (b^{I}(k - 1) \cdot c^{I}(k - 1)) + (b^{I}k \cdot c^{I}k) =$
$+[j=0,k]\ (b^{I}0 \cdot (d / e^{I}j)) = (b^{I}1 \cdot (d / e^{I}0)) + (b^{I}1 \cdot (d / e^{I}1)) + ... + (b^{I}(k - 1) \cdot (d / e^{I}(k - 1))) +$
$(b^{I}(k) \cdot (d / e^{I}k))$, der a er et tveuftall, $b^{I}j$ er et vekslebart uftall med arter større eller lik grunnarten, c er et artstall med minkende følgeorden fra venstre, d er et grunntall, e er heltall med minkende følgeorden fra venstre, j og k er heltall. Dersom tveuftallet har flere arter enn én er $c^{I}0$ størstearten, $c^{I}k$ grunnarten og/eller minstearten. Forutsetning for utfall i regelen for likeartet tallmengde må brukes for hver art for seg (arter i uftallet for seg selv i henhold til regelen for uftall).

Vedlegg

Liste over tallordenene:

Med mengdetall:

Mengdetall	Opphavstall	Tilleggingstall	Stikktall	Uftall	Tveuftall
G	IIIIIIIIIIIIIIII	ÅIIIIII	16	1Å6I	1IÅ6II
F	IIIIIIIIIIIIIII	ÅIIIII	15	1Å5I	1IÅ5II
E	IIIIIIIIIIIIII	ÅIIII	14	1Å4I	1IÅ4II
D	IIIIIIIIIIIII	ÅIII	13	1Å3I	1IÅ3II
C	IIIIIIIIIIII	ÅII	12	1Å2I	1IÅ2II
B	IIIIIIIIIII	ÅI	11	1Å1I	1IÅ1II
A	IIIIIIIIII	Å	10	1Å	1IÅ
9	IIIIIIIII	IIIIIIIII	9	9I	9II
8	IIIIIIII	IIIIIIII	8	8I	8II
7	IIIIIII	IIIIIII	7	7I	7II
6	IIIIII	IIIIII	6	6I	6II
5	IIIII	IIIII	5	5I	5II
4	IIII	IIII	4	4I	4II
3	III	III	3	3I	3II
2	II	II	2	2I	2II
1	I	I	1	1I	1II
0	0	0	0	0	0

Med artstall:

Artstall	Opphavstall	Tilleggingstall	Stikktall	Uftall	Tveuftall
M	IIIIIIIIII · IIIIIIIIII · IIIIIIIIII	M	1000	1M	1IM
N	IIIIIIIIII · IIIIIIIIII	N	100	1N	1IN
Å	IIIIIIIIII	Å	10	1Å	1IA
1	1	I	1	1I	1II
V	1 : IIIIIIIIII	V	0.1	1V	1IV
W	1 : (IIIIIIIIII · IIIIIIIIII)	W	0.01	1W	1IW
X	1 : (IIIIIIIIII · IIIIIIIIII · IIIIIIIIII)	X	0.001	1X	1IX
0	0	0	0	0	0

Utfall til øvingsoppgavene

Øvingsoppgave 1:
Grunntall: 4
Opphavstall: IIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
Mengdetall: 1, 1, 1, 1, 1, 1
Artstall: N, Å, I, V, W, X
Tilleggingstall: NÅIVWX
Stikktall: 111.111
Uftall: 1N1Å1I1V1W1X
Tveuftall: 1IN1IÅ1II1IV1IW1IX

Øvingsoppgave 2:
Grunntall: 4
Opphavstall: ≈IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
Mengdetall: 1, 2, 3, 4, 5, 6
Artstall: N, Å, I, V, W, X
Tilleggingstal: NÅÅIIIVVVVWWWWWXXXXXX
Stikktall: 123.456
Uftall: 1N2Å3I4V5W6X
Tveuftall: 1IN2IÅ3II4IV5IW6IX

Øvingsoppgave 3:
Grunntall: A
Opphavstall:
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
Mengdetall: 1, 6, 8, 7
Artstall: M, N, Å, I
Tilleggingstall: MNNNNNNÅÅÅÅÅÅÅÅIIIIIII
Stikktall: 1687
Uftall: 1M6N8Å7I
Tveuftall: 1IM6IN8IÅ7II

Øvingsoppgave 4:
Grunntall: A
Opphavstall:
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
Mengdetall: 2, 1, 2
Artstall: N, Å, I
Tilleggingstall: NNÅII
Stikktall: 212
Uftall: 2N1Å2I
Tveuftall: 2IN1IÅ2II

Øvingsoppgave 5:
Grunntall: A
Opphavstall:
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
IIIIIIIIIIIIIIIIIIIIIII
Mengdetall: 1, 2, G
Artstall: N, Å, I
Tilleggingstall: NÅÅIIIIIIIIIIIIIIII
Stikktall: 12G
Uftall: 1N2ÅGI
Tveuftall: 1IN2IÅGII

Andre varer utgitt av forlaget Verda:

Bok ∨ Ebok	Språk
Erenglære	Nynorsk
Erenglære	Bokmål
Kestlære	Nynorsk
Kestlære	Bokmål
Følgjelære	Nynorsk
Følgelære	Bokmål
Diemlære	Nynorsk
Diemlære	Bokmål
Mengdelære	Nynorsk
Mengdelære	Bokmål
Otliste	Nynorsk
Otliste	Bokmål

Dataforskrift	Språk
Omsetjing av talorden	Nynorsk
Oversetting av tallorden	Bokmål