

Tall med god eller med dårlig kvalitet?
av Tom André Tveit den 25.05.2016.

Merknad til lesere: Artikkelen er ment for de med kjennskap til slik matematikkfaget fremstår i vitenskapen idag.

Formålet med artikkelen er ikke nødvendigvis å gi et svar på hva tall med god kvalitet er, men først og fremst å vise at det finnes en forskjell mellom tall med god og dårlig kvalitet. Tilsynelatende tar de fleste selve tallene og måten vi bruker tall på i samfunnet som helhet for gitt, slik at en forskjell mellom tall med god og dårlig kvalitet ikke er en del av vår bevissthet – dette medfører at de gevinster tall med god kvalitet vil kunne gi, hindres et liv, dersom det da i det hele tatt finnes en forskjell, og de tall og måter vi bruker ikke har den beste kvaliteten.

Visste du at valuta er en av de få enhetene der det er mulig å unngå desimaler? Visste du at romertall er et tallsystem som sannsynligvis døde ut som valuta fordi det er vanskelig, og at det finnes et annet enklere tallsystem mer grunnleggende enn romertall som faktisk egner seg bedre til valuta enn det tallsystemet vi bruker i dag? Visste du at addisjonssystemet, prefikser til enheter og romertall, egentlig kan bruke de samme tegnene, men at de i dag bruker helt ulike tegn hver for seg? Visste du at posisjonssystemet og addisjonssystemet har det grunnlag og fellestrekk at begge kan skrives; $\pm(a \cdot (b^c)) \pm (d \cdot (b^e)) \pm \dots \pm (f \cdot (b^g)) + (h \cdot (b^i))$, og at den viktigste forskjellen dem imellom er hvilken rekkefølge eksponentene har? Visste du at vi kan bruke ordet 'tusen' fremfor 'kilo' også i enheter som kg (kilogram) på en fullstendig logisk måte, og at 'kilo' egentlig betyr 'tusen'? Visste du at det kan legges flere tall til mengdetallene fra null til ni, og at dette egentlig er nødvendig da navnet til titallsystemet egentlig er feil?

Slike spørsmål er det mulig å stille seg når en kjenner til ulike tall og/eller ulike måter å bruke tall på. Spørsmålene viser mange muligheter til forbedringer, og derfor er dette en god grunn til å skrive litt utfyllende om disse muligheter i et forsøk på å finne gode svar, og som forhåpentligvis også vil peke på hva tall med god kvalitet er. Jeg går hardt ut, og begynner med et direkte angrep på ett av omgrepene som er vanlig å bruke i dag når det gjelder tall, nemlig omgrepet 'hybridsystem', og etter dette mildner artikkelen og tar form som en slags kort, diskuterende oppsummering over læren om tall.

Tallsystemenes grunnlag

Begrepet 'hybridsystem' ser ut til å være «snudd på hodet», og har den virkning å motsette seg det som egentlig er grunnlaget til tallsystemene. Det er nemlig slik som jeg har vært inne på i et av spørsmålene innledningsvis at skrivemåten felles for de to typene av tallsystemer: posisjons- og addisjonssystem, er et grunnlag og en egen selvstendig enhet. Begrepet 'hybridsystem' insinuerer at denne grunnleggende enhet egentlig er delt i to, og satt sammen til en 'hybrid' som verken er grunnleggende eller en enhet i seg selv. Etter min mening, skal regelen; $\pm(a \cdot (b^c)) \pm (d \cdot (b^e)) \pm \dots \pm (f \cdot (b^g)) + (h \cdot (b^i))$ være grunnlaget til tallsystemene. Videre kan tallsystemene ha eksponentene i ulike rekkefølger - og her kommer forskjellen mellom posisjons- og addisjonssystem inn; det første systemet har eksponentene en vesentlig rekkefølge, og i det andre er rekkefølgen tilfeldig, og derfor uvesentlig. Det kan ellers legges til at under svært få omstendigheter er det reelt mulig å skille mellom posisjons- og addisjonssystemet med dette grunnlaget; dersom eksponentene har en tilfeldig rekkefølge er

posisjonen uvesentlig, og således er det ikke et posisjonssystem, og/eller dersom det kun er ett tilleggsteget i regelen, for da kan ikke addisjon finne sted, og således er det ikke et addisjonssystem. Dette styrker min oppfatning om begrepet 'hybridsystem': De fleste tallsystemer er både et posisjons- og et addisjonssystem – og som vi skal se nærmere på senere i artikkelen, vil det åpenbares et svært viktig tallsystem for valuta dersom vi bruker ulike rekkefølger (posisjonssystemer) sammen med det vanligste addisjonssystemet (!). Nå skal vi først se på hvordan regelen vi har sett på kan forenkles, der vi samtidig finner et grunnlag for felles tegn til addisjonssystemet, prefikser til enheter og romertall.

Mengder og arter

Hva har tegnene vi bruker i addisjonssystemet, prefikser til enheter og romertall til felles? Prefikser til enheter kan alltid skrives som et opphøyd grunntall som til dømes (b^c) , som vist i den grunnleggende regelen for tallsystem, og det vanligste for addisjonssystemet og romertall er tegn som nettopp kan skrives på samme måte. Det kan nevnes at i romertall brukes også tegn for det opphøyde grunntallet 10 delt på 2 – som vi skal komme tilbake til senere når det gjelder valuta så er det best å unngå disse. Vi ser at vi kan bruke nøyaktig de samme mengdene vi får av de opphøyde grunntallene, potensene, i den grunnleggende regelen for tallsystem til tegnene (!), og gjør vi dette kan vi i tillegg bruke de samme tegnene til å forenkle regelen ved å erstatte de opphøyde grunntallene med tegnene slik: $\pm(a \cdot b) \pm (c \cdot d) \pm \dots \pm (e \cdot f) + (g \cdot h)$. Tar vi oss nå den friheten som er vanlig for addisjonssystemet, å lage egne tegn for mengdene, potensene, vi trenger, kan vi bruke; X, W, V, I, Å, N og M, henholdsvis fra (10^{-3}) til (10^3) . Tegnene er valgt slik at de ikke kommer i konflikt med de tegn som er vanlig å bruke for mengdetall fra A – G (tallene 10 – 16) i det heksadesimale tallsystemet. Det vi nå har fått er et sett med tall som skiller seg fra de vanlige mengdetallene, og vi skal dvele litt ved disse før vi ser på hvordan de kan brukes. Det spesielle ved de nye tegnene er at de har variabel mengde ut fra hvilket grunntall som er valgt - vi skal se nærmere på det vanligste grunntallet, nemlig 10, i et påfølgende avsnitt. Derimot er selve tegnene og lesningen av tegnene alltid det/den samme. Ved siden av mengdetallene fra 0 – 9 som alltid har en konkret mengde, egner det seg å se på de variable mengdene som ulike arter, og videre omtale dem som artstall. Nå når vi har fått både mengdetall og artstall, kan vi beskrive en mengde som helhet med delmengder gitt av ett mengdetall og ett artstall, da mengdetallene gir mengden til hver art innbyrdes delmengdene og der artene blir gitt av artstall – og vi kan nå direkte bruke mengdetallene og artstallene i den forenklede regelen for tallsystem, og vi ser på et eksempel: $(9 \cdot M) + (5 \cdot N) + (0 \cdot \text{Å}) + (0 \cdot I) + (0 \cdot V) + (1 \cdot W) + (2 \cdot X)$. Vi kan nå utlede tre ulike tallsystemer ved å hovedsakelig fjerne ulike tegn fra regelen slik den nå står: 1. Fjerner vi regneartene og de artene med et artstall lik 0, får vi et tallsystem med både mengdetall og artstall, og er det tallsystemet som ligner mest på den måten vi vanligvis leser, teller og taler om tall, men er tilsynelatende ikke tilstedeværende i vitenskapen idag. Tallet skrives slik; 9M5N1W2X, og leses som følger; 'nitusenfemhundreenhundredeltotusendel'. 2. Fjerner vi regnetegnene og artstallene og i tillegg setter inn et punktum mellom artene I og V, får vi det vanligste tallsystemet, det desimale tallsystem, som skrives slik: 9500.012. 3. Fjerner vi regnetegnene og mengdetallene og skriver hvert artstall like mange ganger som mengden til de tilhørende mengdetall har, får vi et tall i addisjonssystemet som skrives slik: MMMMMMMMMNNNNNWX. Vi skal se nærmere på hvordan vi kan bruke det sistnevnte tallsystemet i det påfølgende avsnittet om valuta. Legg nå merke til at vi har fått tre ulike tallsystemer der ett har både mengdetall og artstall, ett kun mengdetall og ett kun artstall – i tillegg kunne vi vist romertallene som også kun bruker artstall, men vi unngår dette da det

ikke er vanlig å bruke de lenger. Det å skille tallsystemene på den måten vi nå har gjort må være en bedre måte å kategorisere ulike tallsystemer på enn å sette posisjonssystemet mot addisjonssystemet; nå ser vi at også addisjonssystemet og romertallene også havner innom den samme kategori foruten at romertallene må omtales som et 'hybridsystem' av flere kategorier (posisjons- og addisjonssystemet). Avslutningsvis i dette avsnittet skal vi se på hvordan vi kan bruke artstallene som prefikser til enheter: La oss si vi har 9500.012 g (gram) av noe, da kan vi beskrive den samme mengden som ≈ 95 Ng eller ≈ 9.5 Mg der enhetene med prefikser henholdsvis kan leses; 'hundregram' og 'tusengram'. Vanligvis bruker vi her henholdsvis; 'hektogram' og 'kilogram', men de fleste vil kunne si seg enig i at særlig det siste eksempelet vil være enklere å forstå' når vi bruker omgrepet 'tusen', da vi direkte får den samme mengden og lesning for det første enkelttallet i tallet når vi ganger det med prefiksen. Ellers er det få som vet at 'hekto' egentlig betyr 'hundre' – der det også er lett å anta at det vil være enklere å bruke nettopp sistnevnte lesning av prefiksen for arten N, hundre. Uansett ser vi at artstallene kan brukes som prefikser, og kanskje som etter min mening på en bedre og enklere måte enn de tegn vi i dag vanligvis bruker.

Valuta

Vi tar først et historisk tilbakeblikk på romertallene som valuta: Posisjonssystemet de brukte til romertallene ble nok så vanskelig at valutaen ble faset ut til noe annet, og har i dag gått over til den valuta vi bruker som stort sett brukes over hele verden. Minst fire ting gjorde de likevel etter min mening rett til tross for dette, og da benytter jeg anledningen til å både forklare hva disse tingene er og beskrive de første punkt i det jeg mener er det beste tallsystemet til valuta: 1. De brukte addisjonssystemet, altså artstall, 2. mest sannsynlig brukte de enkle artstall som tegn på sedler og mynter, og ikke tall fra det desimale tallsystemet som betyr i hovedsak at de kun hadde behov for ett tegn på hver seddel og hver mynt; der vi i dag må bruke alt fra ett til fire tegn for henholdsvis 1 og 1000 (I og M kan brukes tilsvarende), 3. de brukte ikke desimaler, eller da deltallige artstall i valutaen – valuta er en av de få enhetene der faktisk dette heller ikke er nødvendig (!) og 4. av samme årsak som gitt for punkt 3, brukte de nok ikke flere navn på valutaen som til dømes både 'krone' og 'øre', men kun ett enkelt navn på valutaen. Det eneste som nå gjenstår å fortelle om tallsystemet jeg mener best egner seg å bruke til valuta, er å vise posisjonssystemene, og her er altså det romertallene bruker ikke med – vi ser på et eksempel på hvordan valuta brukes for å i all enkelthet åpenbare posisjonssystemene: Vi tar utgangspunkt i de heltallige artstallene fra forrige avsnitt; M, N, Å og I. La oss si vi legger en mengde penger på en disk der vi har ni tusenere, fem hundrere, null tiere og null enere (det spiller ingen rolle hvorvidt det er sedler eller mynter), og ellers at de ligger tilfeldig med tanke på arten. Vi har da et tall i tallsystemet addisjonssystem som til dømes kan skrives slik: MNMNMMMMNMMMN. Deretter ønskes artene ordnet fra størst til minst, da får vi et tall i addisjonssystemet der artstallene er ordnet i en minkende rekkefølge og kan skrives slik: MMMMMMMMMNNNNN. Vi får med dette to posisjonssystemer; ett der artstallene har en tilfeldig rekkefølge, og ett der artstallene har en minkende rekkefølge fra den største arten til den minste. Det minkende posisjonssystemet kan vi bruke til å oversette tallet til det desimale tallsystemet, og får læringens skyld kan vi gjøre dette om regelen for tallsystemer: $(9 \cdot M) + (5 \cdot N) + (0 \cdot \text{Å}) + (0 \cdot I) = 9500$. For å nå kort sammenligne dette tallsystemet med det vi vanligvis bruker til valuta i dag gjentar vi eksempelet en gang til der vi i tillegg legger til en art med mengden 500: Vi får da på disken den følgende mengden som kan skrives slik:

$1000+100+1000+100+1000+1000+1000+1000+500+100+100+1000+1000+1000+100$. Når

vi ordner delmengdene i minkende orden får vi:

$1000+1000+1000+1000+1000+1000+1000+1000+1000+500+100+100+100+100+100$. Vi legger merke til at vi i tillegg til delmengdene må skrive regnetegnet for tillegging imellom de, og når vi nå i det videre skal sammenligne oversettelsen fra det forrige eksempelet blir det naturlig for oss å heller legge sammen delmengdene som et regnestykke alt etter hvilken måte vi er vant til å regne på. Vi velger å gå om regelen for tallsystemer i stedet, for sammenligningens skyld, og vi får: $(9 \cdot 1000) + (1 \cdot 500) + (5 \cdot 100) = (9 \cdot 10^3) + (1 \cdot 500) + (5 \cdot 10^2)$. Slik ligningen nå fremstår kan vi ikke som vist i det forrige avsnitt finne det desimale tallet siden vi har arten $(1 \cdot 500)$ som har en mengde som ikke kan ganges med et opphøyd grunntall. Vi får da videre at $(1 \cdot 500) = (1 \cdot 5 \cdot 100) = (1 \cdot 5 \cdot 10^2)$ som gir: $(9 \cdot 10^3) + (1 \cdot 5 \cdot 10^2) + (5 \cdot 10^2) = (9 \cdot 10^3) + (10 \cdot 10^2)$. Nå må vi videre endre $(10 \cdot 10^2)$ til $(1 \cdot 10^3)$, da 10 verken er et mengdetall eller kan brukes som et enkelttall i det desimale tallsystemet, og dette gir: $(9 \cdot 10^3) + (1 \cdot 10^3) = (10 \cdot 10^3)$. På samme måte må vi videre endre $(10 \cdot 10^3)$ til $(1 \cdot 10^4)$ som gir utfallet: 10000. Jeg kunne nå vist grundigere hvordan vi kan legge sammen ulike delmengder når vi bruker regelen for tallsystemer, men jeg vil da bevege meg langt inn i regnelæren og nå skal vi holde oss til mengdelæren. Vi ser at sammenligningen viser at addisjonssystemet med de to posisjonssystemene gitt, gir oss et tallsystem og språk som oppfører seg slik valuta gjør, og da på den enkleste måten – vi trenger ikke engang regnetegn imellom artstallene når vi skriver tallene, og vi ser hvor korte og enkle de blir i forhold til slik vi må skrive regnestykkene for det tallsystemet vi i dag bruker. I tillegg har vi fått et eksempel på hvor mye enklere det er å bruke regelen for tallsystem når vi kun bruker tegn, arter, for de opphøyde grunntallene. Avslutningsvis gjøres leserene oppmerksom på at det kunne blitt sagt litt om bruk av sedler og/eller mynter til valutaen, men dette unngås da det ikke nødvendigvis har noe med selve tallsystemet å gjøre.

Grunntallet omi

Omi betyr 'et mengdetall med en mengde på omi. Har talltegnet 'A'. Omi føyer seg inn i rekken av mengdetallene; 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A, og har en mengde vi vanligvis omtaler som 'ti' når vi bruker grunntallet '10', men som vi også nå kan si er en mengde lik $(9+1) = A$. Den viktigste årsaken til at det er behov for dette nye ordet, er følgende: Vi omtaler vanligvis det desimale tallsystemet, som er de vanligste tallene vi bruker med mengdetallet A, omi, for titallsystemet. Det som da er viktig å legge til, er at 'ti' er et navn for '10', og når vi bruker det samme posisjonssystemet sammen med hvilket som helst grunntall fra tallet 2 og økende oppover, får vi nettopp tallet '10' når vi har en mengde lik grunntallet av enerene i mengden. Dette betyr altså at når vi til dømes har en mengde på 8, i det oktale tallsystemet med grunntall 8, får vi nettopp også '10' som tall. Derfor vil det å omtale slike tall med grunntall '10', som titallsystemet, være unøyaktig, da alle tall i det samme posisjonssystemet uavhengig av grunntall kan omtales som et titallsystem. Løsningen er da det nye ordet 'omi', som kan brukes for det vanligste tallsystemet som får navnet; omitallsystemet. Nå er omitallsystemet utvetydig i forhold til det samme posisjonssystemet med andre grunntall.

Tall med god kvalitet

Dersom jeg hadde fått valget mellom en restaurant og vin med god eller med dårlig kvalitet ville jeg om ressursene strakk til ganske sikkert valgt den gode kvaliteten – og med varer og tjenester ellers er det også med tall: Denne artikkelen viser at det finst ulike tall og ulike måter å bruke tall på, og noen er bedre enn andre. Med tanke på gevinsten til et samfunn som velger tall med god kvalitet, ligger det latent i begrepet at deltakerene i samfunnet vil få et bedre liv.

Andre mer konkrete gevinster for et slikt samfunn vil kunne være: Bedre kommunikasjon, enklere innlæring av tall, som vil kunne medføre at langt flere blir trygge på det viktigste grunnlaget til det vanskelige faget matematikk, besparelser av blekk og så videre. Jeg ser ikke behov for å i denne artikkelen regne på, og presentere tall for, samfunnsøkonomiske gevinster – jeg ser det tilstrekkelig å ha nevnt noen mulige forbedringer tall med god kvalitet kan gi til et samfunn.

Mengdelæren jeg viser løsninger og finner argumenter fra er helhetlig, fullstendig logisk, fri for feil og tvetydigheter og består av de kvaliteter denne artikkelen byr på i tillegg til flere – de som skulle være særlig interessert, som til dømes matematikere eller andre som bruker tall i sine yrker eller hobbyer, kan ta dette utsagnet som en utfordring – selv har jeg med denne artikkelen kritisert en del etablerte begreper og inviterer til noe tilsvarende tilbake. Har du spørsmål eller annen interesse for mengdelære (inkludert læren om tall), inviterer jeg herved til å ta kontakt, eventuelt besøke internettsiden: www.verda.no

© Tom André Tveit (Verda), Bergen, 2016.